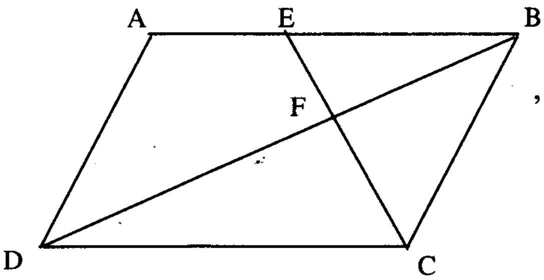
עבודה בגיאומטריה

.1



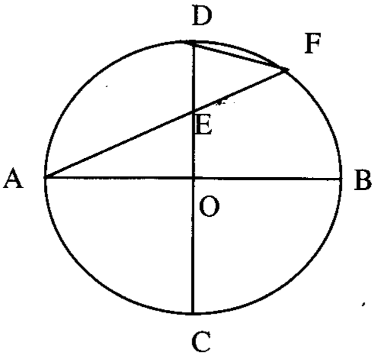
נתון מרובע ABCD . E נקודה על הצלע AB .
הקטע EC חותך את האלכסון BD בנקודה F
(ראה שרטוט). נתון: $AB = CD = 8$ ס"מ, $AD = 5$ ס"מ,
$DF = 6.4$ ס"מ, $BF = 3.6$ ס"מ, $FC = 4$ ס"מ.

א. הוכח: $\Delta ABD \sim \Delta FDC$.

ב. הוכח כי המרובע ABCD הוא מקבילית.

ג. חשב את אורך הקטע BE.

.2



AB ו- CD הם שני קטרים מאונכים במעגל. הנקודה E נמצאת על הרדיוס OD, כך ש: $\frac{OE}{OD} = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

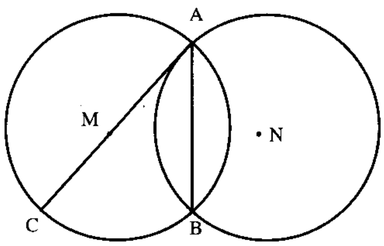
א. בטא את OE ואת AE באמצעות רדיוס המעגל R.

ב. חשב את זוויות המשולש ΔAOE. (נמק כל חישוב)

ג. חשב את זוויות המשולש DEF. (נמק כל חישוב)

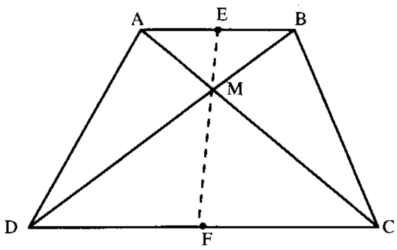
ד. נתון: $R = 6$ ס"מ . חשב את שטח גזרת המעגל הכלואה בין הרדיוסים OD ו- OF.

.3



המעגלים M ו- N נחתכים בנקודות
A ו- B . הרדיוסים של המעגלים זהים .
AC הוא קוטר במעגל M המשיק למעגל N בנקודה A .
הוכח: $BC = AB$.

.4



הנקודות E ו- F הן בהתאמה אמצעי הבסיסים AB ו- CD
בטרפז ABCD ($AB \parallel CD$). הנקודה M היא נקודת
המפגש של אלכסוני הטרפז.

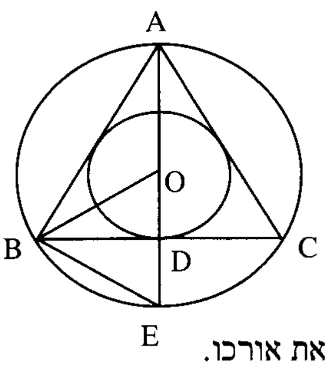
א. הוכח: $\frac{AM}{MC} = \frac{AE}{FC}$

ב. הוכח: $\Delta AEM \sim \Delta CFM$, $\Delta BEM \sim \Delta DFM$

ג. הוכח שהנקודות E , M ו- F נמצאות על ישר אחד.

ד. נתון: שטח המשולש AEM מהווה 36% משטח
המשולש CFM , $EF = 8$ ס"מ . חשב את אורכי הקטעים EM ו- MF.

.5



משולש ABC שווה-שוקיים ($AB = AC$). O מרכז המעגל
החסום במשולש (ראה ציור). המשך AO חותך את הצלע
BC בנקודה D ואת המעגל בנקודה E.

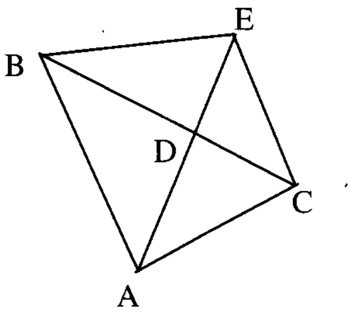
נתון: $AD = 32$ ס"מ , $\frac{BD}{AB} = \frac{3}{5}$.

א. חשב את רדיוס המעגל החסום במשולש.

ב. הוכח: $\Delta BDE \sim \Delta ADC$.

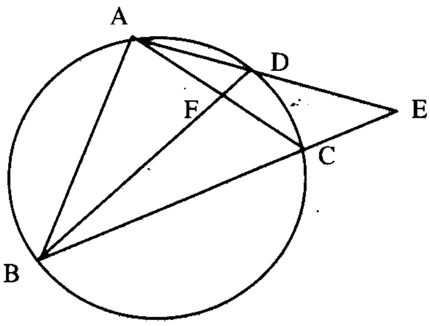
ג. הסבר מדוע AE הוא קוטר המעגל החוסם את המשולש ABC וחשב את אורכו.

.6



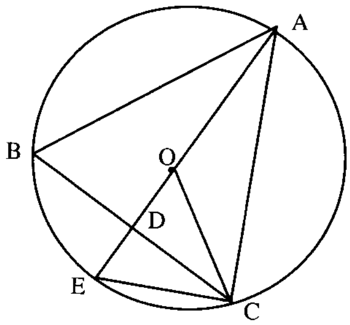
AD חוצה זווית $\sphericalangle A$ במשולש ABC. הנקודה E
נמצאת על המשך חוצה הזווית AD (ראה ציור).
נתון: $AB = 9$ ס"מ, $AC = 6$ ס"מ, $BD = AD$, $DE = DC$.
א. הוכח: $\Delta ABD \sim \Delta ECD$.
ב. חשב את היחס בין הגובה לצלע BD במשולש ABD
לבין הגובה לצלע DC במשולש ECD.
ג. פי כמה גדול שטח המשולש ABC משטח המשולש EBC?

.7



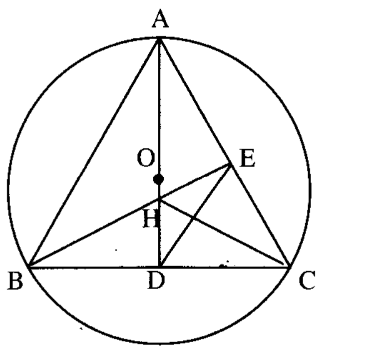
א. הוכח: אם שני חותכים יוצאים מאותה נקודה למעגל,
אז מכפלת חותך אחד בחלקו החיצוני שווה למכפלת
החותך השני בחלקו החיצוני.
ב. A, B, C ו- D נקודות על מעגל. הנקודה D היא
אמצע הקשת $\overset{\frown}{AC}$. המשכי המיתרים AD ו- BC נפגשים
בנקודה E (ראה ציור). נתון: $AD = 6$ ס"מ, $DE = 10$ ס"מ,
$AB = 15$ ס"מ. חשב את אורך הקטע CE.
ג. המיתרים AC ו- BD נחתכים בנקודה F. חשב את היחס: $\frac{AF}{FC}$.

.8



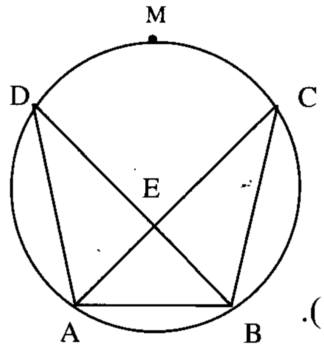
משולש ABC שווה שוקיים ($AB = AC$) חסום במעגל O.
AE, קוטר היוצא מן הקדקוד A חותך את הבסיס BC בנקודה D
(ראה ציור).
א. הוכח: $\Delta ABC \sim \Delta OEC$
ב. נתון: $AC = 8\sqrt{5}$ ס"מ, שטח המשולש ABC
גדול פי 3.2 משטח המשולש OEC. חשב את רדיוס המעגל O.

.9



ABC) משולש שווה שוקיים החסום במעגל O ($AB = AC$)
(ראה שרטוט)
א. הוכח: $\sphericalangle BAD = \sphericalangle CAD$
ב. BE גובה לצלע AC. H נקודת החיתוך של AD ו- BE.
הוכח: מרובע HECD בר חסימה.
ג. הוכח: $\sphericalangle HDE = \sphericalangle HCE$
ד. נתון גם: $HE = HD$. הוכח: ΔABC משולש שווה-צלעות.

10.



A , B , C ו- D נקודות על מעגל.

נתון: $\sphericalangle CAB = \sphericalangle DBA$.

א. הוכח: $AC = DB$.

ב. הנקודה M היא אמצע הקשת $\overset{\frown}{DC}$ (ראה שרטוט)

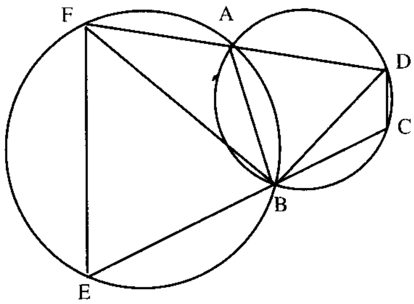
הוכח: המרובע $DMCE$ הוא דלתון.

ג. נתון כי הסכום במעלות של הקשתות $\overset{\frown}{DC}$ ו- $\overset{\frown}{AB}$ הוא 200°

(כלומר, הסכום של הזוויות המרכזיות הנשענות על קשתות אלה הוא 200°).

חשב את הזווית $\sphericalangle CDB$.

11.



שני מעגלים נחתכים בנקודות A ו- B . דרך הנקודות A ו- B עוברים שני קטעים החותכים את המעגל הקטן בנקודות C ו- D ואת המעגל הגדול בנקודות E ו- F (ראה שרטוט).

נתון: $AB =$ 7.5 ס"מ , $DC =$ 5 ס"מ, $BC =$ 8 ס"מ ,

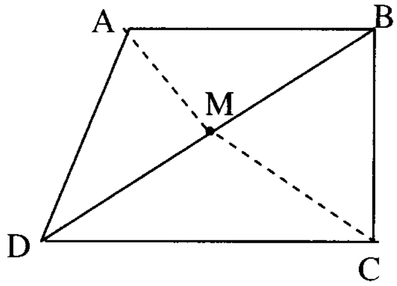
$AF =$ 12 ס"מ. סכום שטחי המשולשים $\triangle DBC$

ו- $\triangle ABF$ הוא 52 סמ"ר.

א. הוכח: $\sphericalangle BDC = \sphericalangle ABF$.

ב. חשב את שטח המשולש ABF .

12.



בטרפז ישר-זווית $ABCD$ ($AB \parallel CD$, $BC \perp DC$)

נתון: האלכסון BD חוצה את הזווית $\sphericalangle ADC$, $AM \perp DB$.

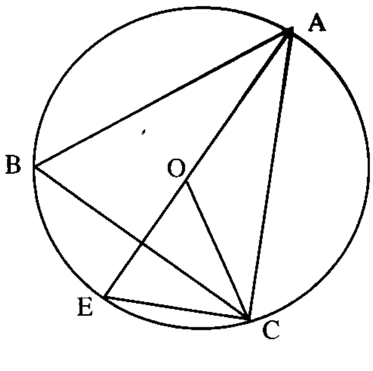
א. הוכח : $DM = MC$.

ב. הוכח: $\frac{MC}{AB} = \frac{DC}{DB}$.

ג. נתון: $AB =$ 25 ס"מ , $DC =$ 32 ס"מ. חשב את

שטח הטרפז $ABCD$.

13.



משולש ABC שווה שוקיים ($AB = AC$) חסום במעגל O.

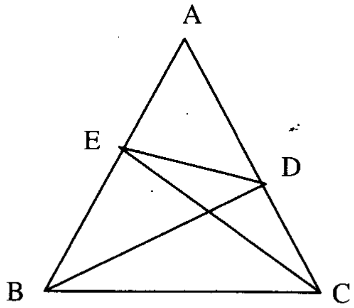
AE קוטר היוצא מן הקדקוד A (ראה ציור).

א. הוכח: $\Delta ABC \sim \Delta OEC$

ב. נתון: $AC =$ ס"מ $8\sqrt{5}$, $\frac{S_{\Delta OEC}}{S_{\Delta ABC}} = \frac{5}{16}$

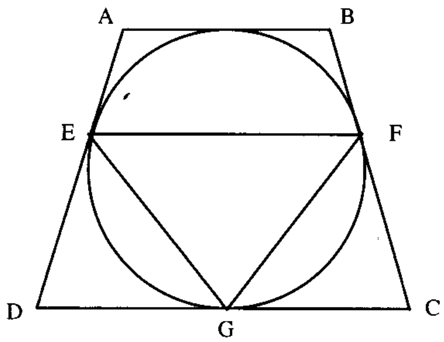
חשב את רדיוס המעגל O

.14



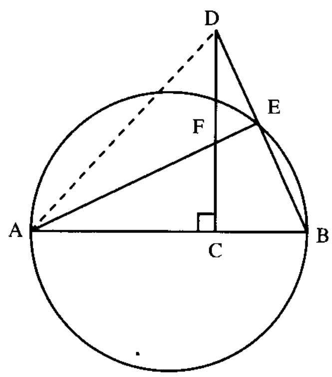
משולש ABC שווה שוקיים (AB = AC).
BD גובה לשוק AC.
CE תיכון לשוק AB.
א. הוכח: $\sphericalangle ADE = 2\sphericalangle DBC$
ב. דרך נקודה E מעבירים מקביל ל- BD, החותך את הצלע AC בנקודה F.
נתון: 8 ס"מ = EF , 12 ס"מ = AD.
חשב את הקטע ED.

.15



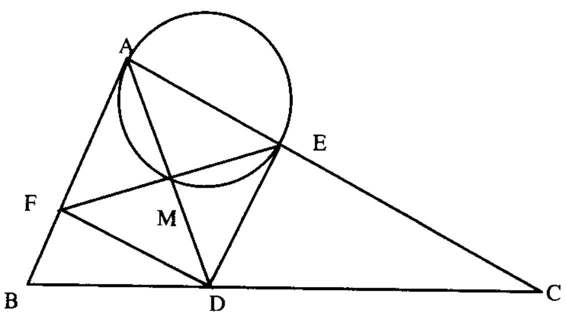
בטרפז שווה-שוקיים ABCD (AB || CD)
חסום מעגל. שוקי הטרפז משיקות למעגל בנקודות
E ו- F והבסיס הגדול משיק למעגל בנקודה G
(ראה שרטוט) .
א. הוכח: $\Delta DGE \cong \Delta CGF$.
ב. הוכח: : $\Delta GEF \sim \Delta CGF$.
ג. נתון: 6 ס"מ = FC , 8 ס"מ = FG .
חשב את היחס בין שטח המשולש EFG
לבין שטח המרובע EFCD .

.16



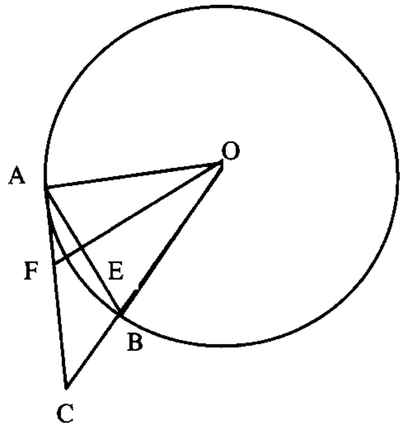
AB מיתר במעגל נתון . בנקודה C ,
הנמצאת על המיתר AB , מעלים אנך למיתר :
$AB \perp DC$. E נקודת החיתוך של הקטע
DB עם המעגל. הנקודה F היא נקודת החיתוך
של DC עם הקטע AE (ראה שרטוט).
נתון : AF = DB , FC = CB .
א. הוכח : משולש ACD הוא משולש שווה-שוקיים.
ב. חשב את הזווית $\sphericalangle DAC$.
ג. הוכח : AB הוא קוטר המעגל הנתון.

.17



AD חוצה זווית $\sphericalangle BAC$ במשולש ABC .
נתון גם : AB || DE ; מעגל שקוטרו AE חותך את
חוצה הזווית AD בנקודה M (ראה שרטוט).
המשך הקטע EM חותך את הצלע AB בנקודה F.
א. הוכח : המרובע AEDF הוא מעוין.
ב. נתון: 12 ס"מ = EC , $13\frac{1}{3}$ ס"מ = AB. חשב את רדיוס המעגל.

.18



AC משיק למעגל O בנקודה A (ראה ציור).

AB $\perp$ OE . המשך OE חותך את המשיק בנקודה F.
(ראה שרטוט).

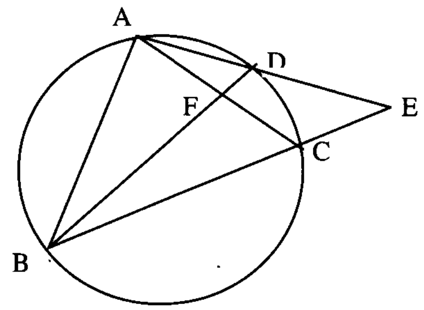
א. הוכח: $\Delta ACB \sim \Delta OCF$.

ב. נתון: $OC = 1.6AC$, 8 ס"מ = OF
חשב את אורך המיתר AB.

ג. נתון גם: 0.88 ס"מ = EF. חשב את רדיוס המעגל O.

ד. חשב את אורך הגובה לצלע BC במשולש ABC .

..19

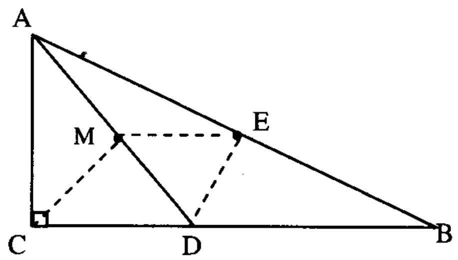


A , B , C ו- D נקודות על מעגל. הנקודה D היא אמצע הקשת $\overset{\frown}{AC}$. המשכי המיתרים AD ו- BC נפגשים בנקודה E.

א. הוכח: $AD^2 = BD \cdot FD$.

ב. נתון: 3 ס"מ = FD , 9 ס"מ = BF , 10 ס"מ = DE.
חשב את היחס $\frac{AB}{BE}$.

.20



משולש ABC הוא ישר-זווית ($\sphericalangle C = 90°$).
הנקודה E היא אמצע הצלע AB . הנקודה D נמצאת על הצלע BC , כך ש- : $AD = DB$.

א. הוכח שהמרובע ACDE הוא בר-חסימה.

ב. הנקודה M היא אמצע הקטע AD .
הוכח: $ME \parallel BC$.

ג. הוכח: $ME = CM$