

1.

הנקודה (10,6) נמצאת על היפרבולה קנונית. מרחקה של נקודה זו מן המוקד השמאלי של ההיפרבולה הוא $\sqrt{360}$.

א. מצא את משוואת ההיפרבולה.

ב. מצא את המקום הגיאומטרי של אמצעי כל הקטעים, המחברים את ראשית הצירים עם נקודות על ההיפרבולה שמצאת בסעיף א'.

$$3x^2 - 5y^2 = 30 \quad \text{ב.} \quad \frac{x^2}{40} - \frac{y^2}{24} = 1 \quad \text{א.}$$

2.

א. הוכח כי המקום הגיאומטרי של הנקודות שהפרש מרחקיהן מהנקודות (13;0) ו- (-13;0) שווה ל- 24 הוא היפרבולה.

ב. חשב את המרחק של המוקד הימני של ההיפרבולה מכל אחת מן האסימפטוטות שלה.

$$5 \quad \text{ב.} \quad \frac{x^2}{144} - \frac{y^2}{25} = 1$$

3.

א. פתור את המשוואה: $|z|^2 = i\bar{z} + 5z + 26 - 7i$.

ב. נתונה הפונקציה: $f(x) = me^{m^3x} - e^{mx}$ ($m \neq 0$)

(1) הראה שהפונקציה קעורה כלפי מטה \cap בכל תחום הגדרתה.

(2) הוכח, שעבור $m < 1$ ($m \neq 0$), הפונקציה שלילית בכל תחום הגדרתה.

הערה: אין קשר בין הסעיפים

$$\text{א.} \quad -3 + 2i, \quad \frac{106}{13} - \frac{3}{13}i$$

4.

הנקודה $A(-1;1)$ היא אחד הקדקודים של משולש ישר-זווית ושווה-שוקיים $\triangle ABC$. משוואת הגובה ליתר במשולש זה היא: $y = 2x + 8$. קדקוד הזווית הישרה נמצא מעל ציר ה- x .

א. מצא את המשוואות של צלעות המשולש ABC .

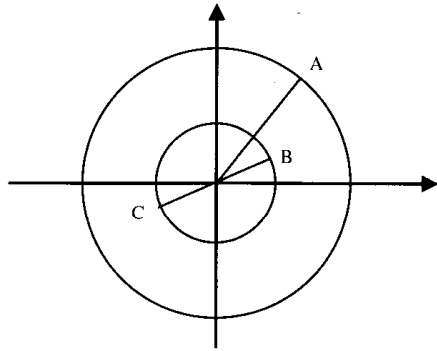
ב. מצא את משוואת המעגל החוסם את המשולש ABC .

הנקודה $A(10;6)$ נמצאת על היפרבולה ומרחקה מן המוקד הימני שלה הוא $\sqrt{40}$.

א. מצא את משוואת ההיפרבולה אם נתון כי המרחק בין מוקדיה קטן מ- 20.

ב. מצא את משוואת המשיק להיפרבולה בנקודה A .

ג. מצא את שטחו של משולש שקודקודיו הם: הנקודה A , המוקד הימני של ההיפרבולה ונקודת החיתוך של המשיק שמצאת בסעיף ב' עם ציר ה- y .



נסמן: $w = R(\cos 2\alpha + i \sin 2\alpha)$.

z_1 ו- z_2 הם פתרונות המשוואה: $z^2 = w$.

א. הבע באמצעות R ו- α את z_1 ואת z_2 .

ב. נתונים שני מעגלים במישור של גאוס שמרכזם בראשית

הצירים. רדיוס המעגל החיצוני גדול פי שניים מרדיוס

המעגל הפנימי. הנקודה A נמצאת על המעגל החיצוני

והנקודות B ו- C נמצאות על המעגל הפנימי (ראה ציור).

נסמן: $w = A$, $z_1 = B$, $z_2 = C$.

נתון: $z_1 = \frac{\sqrt{3R}}{2} + \frac{\sqrt{R}}{2}i$.

(1) מצא את z_2 ואת w . (2) חשב את הזווית $\angle AOC$.

א. $y = -3x - 2$, $3y - x = 14$, $x + 2y = 1$ ב. $(x + 3)^2 + (y - 2)^2 = 5$ ג. $(-4; 0)$

א. $\frac{x^2}{40} - \frac{y^2}{24} = 1$ ב. $y = x - 4$ ג. 20

א. $\sqrt{R} \operatorname{cis} \alpha$, $\sqrt{R} \operatorname{cis}(\alpha + 180^\circ)$ ב. (1) $w = 4 \operatorname{cis} 60^\circ$, $z_2 = 2 \operatorname{cis} 210^\circ$, $z_1 = 2 \operatorname{cis} 30^\circ$ (2) 150° 5.

מקבילית נמצאת ברביע השני ושטחה 9. משוואת אחת מצלעות המקבילית היא: $5y = 2x + 58$

ושיעורי שני קדקודים סמוכים הם: $(-4; 10)$ ו- $(-2; 9)$.

א. מצא את המשוואות של שאר צלעות המקבילית.

ב. חשב את זוויות המקבילית.

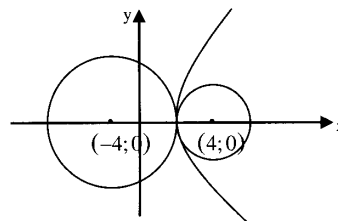
נתון מעגל M שמשוואתו: $(x + 4)^2 + y^2 = 49$ ומעגל N שמשוואתו: $(x - 4)^2 + y^2 = 1$.
א. מצא את המקום הגיאומטרי של הנקודות, הנמצאות מחוץ למעגלים M ו- N ומרחקיהן הקצרים ביותר משני המעגלים שווים זה לזה.

ב. האם המעקם שמצאת בסעיף א' חותך את המעגלים הנתונים? אם כן, בכמה נקודות? נמק. (ניתן להיעזר בסרטוט מתאים).

א. $x + 2y = 16$, $x + 2y = 7$, $5y = 2x + 49$ ב. 131.63° , 48.37°

א. הענף הימני של ההיפרבולה: $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{7} = 1$

ב. נקודה אחת משותפת $(3; 0)$:



6.

הנקודה $A(9;3)$ נמצאת על היפרבולה שוות-שוקיים.

א. מצא את משוואתה.

ב. מצא את המקום הגיאומטרי של אמצעי הקטעים המחברים נקודות על ההיפרבולה שמצאת בסעיף א', עם ראשית הצירים.

ג. הראה שהמשוואה שמצאת בסעיף ב' מתארת היפרבולה שוות שוקיים ומצא את מוקדיה.

ד. חשב את שטח המשולש שקודקודיו בנקודה A הנתונה, במוקד הימני של ההיפרבולה הנתונה ובמוקד הימני של ההיפרבולה שמצאת בסעיף ב'.

א. פתור את אי-השוויון: $\left|1 - 2^{\frac{1}{4x}} + i\sqrt{15}\right| + 8i^2 \leq 0$, x מספר ממשי.

ב. פתור את המשוואה: $z^4 = \frac{(-4 + 3i)^5}{(3 - 4i)^3}$.

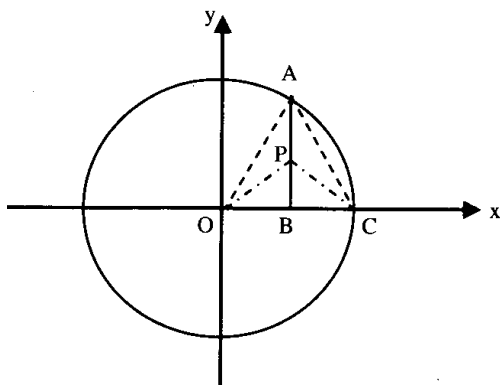
הערה: אין קשר בין סעיף א' לסעיף ב'

א. $x^2 - y^2 = 72$ ב. $x^2 - y^2 = 18$ ג. $(6;0), (-6;0)$ ד. 9

א. $x \geq \frac{1}{12}$ או $x < 0$

ב. $1.74+1.4i, -1.4+1.74i, -1.74-1.4i, 1.4-1.74i$

7.



המעגל $x^2 + y^2 = 25$ חותך את הקרן החיובית

של ציר ה- x בנקודה C . מנקודה כלשהי A

על המעגל, מורידים אנך לציר ה- x , החותך

אותו בנקודה B (ראה שרטוט). הנקודה P

נמצאת על האנך AB . שטח המשולש OAC

גדול פי 2 משטח המשולש OPC .

מצא את המקום הגיאומטרי של הנקודות P

הנוצרות באופן זה, כאשר הנקודה A נעה על המעגל.

$$x^2 + 4y^2 = 25$$

8.

א. פתור את המשוואה: $4^{1-x} \cdot 9^x + \frac{32}{27} = 35 \cdot 3^{x-3} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{x-2}$

ב. w הוא מספר מרוכב שונה מאפס. נתון כי: $z = \frac{w^4}{(\bar{w})^2}$

- (1) הוכח כי הארגומנט (הזווית בהצגה הקוטבית) של z גדולה פי 6 מן הארגומנט של w .
 (2) מצא את \bar{w} אם נתון כי $z = 81\text{cis}60^\circ$ והארגומנט של w מקיים: $0^\circ < \alpha < 60^\circ$.

אין קשר בין סעיף א' לסעיף ב'

9. א. -3, 0, 2 ב. $9\text{cis}(-10^\circ)$

נתונה המשוואה: $(z + 5 + 2i)^{|-3+m|} = (z + 5 + 2i)^5$

נבחר שניים מפתרונות המשוואה ונסמנם ב - z_1 ו- z_2 .

א. נתון: $z_1 = 1 + \frac{m}{2}i$, פרמטר ממשי שלילי. מצא את m ואת z_1 .

ב. z_2 מתקבל עבור $|m| \neq 4$, כאשר $z + 5 + 2i$ מספר ממשי חיובי. מצא את z_2 .

ג. נסמן: $z_1 = A$, $z_1 + z_2 = B$. הן שתי נקודות במישור של גאוס.

חשב את הזווית החדה $\sphericalangle AOB$ (ראשית הצירים).

א. $m = -4$, $z_1 = 1 - 2i$, ב. $z_2 = -4 - 2i$, ג. 63.43°