

1. מצא את משוואות המשיקים לגרף הפונקציה $f(x) = x^3 - 2x + 1$ בנקודות:
 א. $(0, 1)$ ב. $(1, 0)$ ג. $(-1, 2)$

תשובה: א. $y = -2x + 1$ ב. $y = x - 1$ ג. $y = x + 3$

2. מצא את משוואת המשיק לפונקציה $y = x^3 - 2x$ בנקודה $x = 1$.

תשובה: $y = x - 2$

3. מצא את משוואת המשיק לפונקציה $y = x^4 - x$ בנקודה $x = -1$.

תשובה: $y = -5x - 3$

4. מצא את משוואת המשיק לפונקציה $y = x^5 - x^3 + x$ בנקודה $x = 1$.

תשובה: $y = 3x - 2$

5. א. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה $y = (x + 3)^2$ עם הצירים.
 ב. מצא את משוואות המשיקים לפונקציה בנקודות הנ"ל.

תשובה: א. $(-3, 0)$, $(0, 9)$ ב. $y = 0$, $y = 6x + 9$

6. א. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה $y = x^3 - 2x^2$ עם ציר ה- x .
 ב. מצא את משוואות המשיקים לגרף הפונקציה בנקודות החיתוך הנ"ל.

תשובה: א. $(0, 0)$, $(2, 0)$ ב. $y = 0$, $y = 4x - 8$

7. נתונה הפונקציה $y = x^2 - 3x + 2$. מצא את נקודת ההשקה ואת משוואת המשיק לגרף הפונקציה אם נתון ששיפוע המשיק הוא:

א. -1 ב. -3 ג. 0

תשובה: א. $(1, 0)$, $y = -x + 1$ ב. $(0, 2)$, $y = -3x + 2$ ג. $(1\frac{1}{2}, -\frac{1}{4})$, $y = -\frac{1}{4}$

8. מצא את משוואת המשיק לפונקציה $y = -3x^2 - 5x$ אם נתון שהוא יוצר זווית של 15° עם הכיוון החיובי של ציר ה- x כלפי מעלה.

תשובה: $y = x + 3$

1 א. מצא על גרף הפונקציה $f(x) = x^4 + 3x$ את הנקודה שהמשיק דרכה לגרף יוצר זווית של 135° עם הכיוון החיובי של ציר ה- x כלפי מעלה. (הדרכה: שיפוע המשיק הוא -1).

ב. מצא את משוואת המשיק הנייל.

תשובה: א. $(-1, -2)$. ב. $y = -x - 3$.

2 מצא משיק לפונקציה $y = 2x^2 - 9x + 5$ המקביל לישר $y = -x + 2$.

תשובה: $y = -x - 3$.

3 מצא משיק לפונקציה $y = x^2 - 3x$ המקביל לישר העובר בנקודות $(1, 1)$ ו- $(2, 4)$.

תשובה: $y = 3x - 9$.

4 מצא משיק לפונקציה $y = -x^3 + 2x + 1$ הניצב לישר $y = -\frac{1}{2}x$.

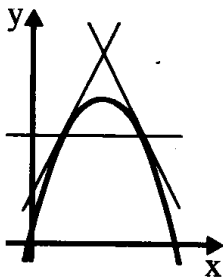
תשובה: $y = 2x + 1$.

5 א. מצא את משוואת המשיק לפונקציה $y = x^3 - 2x^2 + 2$ בנקודה $x = 2$.
ב. מצא את נקודות החיתוך של המשיק הנייל עם הצירים.

תשובה: א. $y = 4x - 6$. ב. $(0, -6)$, $(1\frac{1}{2}, 0)$.

6 בנקודה $x = -1$ שעל גרף הפונקציה $y = x^3 - x^2$ מעבירים משיק לגרף. מצא את נקודות החיתוך של המשיק עם הצירים.

תשובה: $(0, 3)$, $(-\frac{3}{5}, 0)$.



7 דרך כל אחת מנקודות החיתוך של הישר $y = 3$ והפרבולה $y = -x^2 + 4x$ העבירו משיק. מצא את נקודת החיתוך של שני המשיקים הנייל.

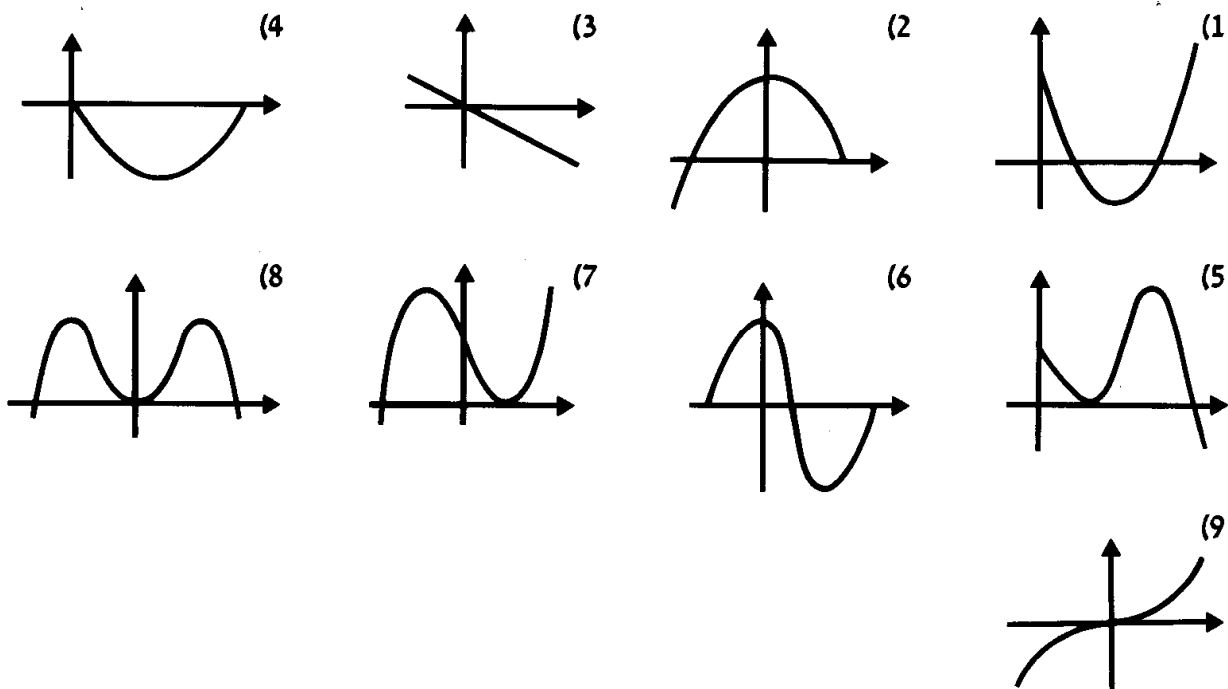
תשובה: $(2, 5)$.

חקירת פונקציה

שרטוט גרף של פונקציה

1. שרטט בתחום $0 \leq x \leq 4$ גרף של פונקציה $f(x)$ המקיימת: $f(0) = 2$, $f(4) = 3$, $f(2) = -1$, $f'(2) = 0$, $0 < f'(x)$ עבור $2 < x \leq 4$ ו- $f'(x) < 0$ עבור $0 \leq x < 2$.
2. שרטט בתחום $-2 \leq x \leq 2$ גרף של פונקציה $f(x)$ המקיימת: $f(-2) = -1$, $f(2) = 0$, $f(0) = 2$, $f'(0) = 0$, $0 < f'(x)$ עבור $-2 \leq x < 0$ ו- $f'(x) < 0$ עבור $0 < x \leq 2$.
3. שרטט בתחום $-2 \leq x \leq 4$ גרף של פונקציה $f(x)$ המקיימת: $f(-2) = 1$, $f(4) = -2$ ו- $f'(x) \neq 0$ עבור $-2 \leq x \leq 4$.
4. שרטט בתחום $0 \leq x \leq 4$ גרף של פונקציה $f(x)$ המקיימת: $f(0) = 0$, $f(4) = 0$, $f'(2) = 0$, $0 < f''(2)$ ו- $f'(x) \neq 0$ עבור $0 \leq x < 2$ או $2 < x \leq 4$.
5. שרטט בתחום $0 \leq x \leq 6$ גרף של פונקציה $f(x)$ המקיימת: $f(0) = 3$, $f(2) = 0$, $f(4) = 4$, $f(6) = -2$, $f'(2) = f'(4) = 0$, $0 < f'(x)$ עבור $2 < x < 4$ ו- $f'(x) < 0$ עבור $0 \leq x < 2$ או $4 < x \leq 6$.
6. שרטט בתחום $-2 \leq x \leq 4$ גרף של פונקציה $f(x)$ המקיימת: $f(-2) = f(1) = f(4) = 0$, $f(0) = 3$, $f(2) = -3$, $f'(0) = f'(2) = 0$, $0 < f'(x)$ עבור $-2 \leq x < 0$ או $2 < x \leq 4$ ו- $f'(x) < 0$ עבור $0 < x < 2$.
7. שרטט גרף של פונקציה $f(x)$ המקיימת: $f(-3) = 8$, $f(0) = 4$, $f(3) = 0$, $f'(-3) = f'(3) = 0$, $f'(x) < 0$ עבור $-3 < x < 3$ ו- $0 < f'(x)$ עבור $3 < |x|$ (הדרכה: התחום $3 < |x|$ הוא התחום $x < -3$ או $3 < x$).
8. שרטט גרף של פונקציה $f(x)$ המקיימת: $f(-4) = f(4) = 6$, $f(0) = 0$, $f'(-4) = f'(4) = f'(0) = 0$, $0 < f'(x)$ עבור $x < -4$ או $0 < x < 4$ ו- $f'(x) < 0$ עבור $-4 < x < 0$ או $4 < x$.
9. שרטט בתחום $|x| \leq 3$ גרף של פונקציה $f(x)$ המקיימת: $f(-3) = -2$, $f(0) = 0$, $f(3) = 2$, $f'(0) = 0$ ו- $0 < f'(x)$ עבור $-3 \leq x < 0$ או $0 < x \leq 3$.

תשובות:



חקירת פונקציה – פולינומים

חקור את הפונקציות הבאות בהתאם לסעיפים הבאים ומצא:

- (א) תחום הגדרה.
 (ב) נקודות קיצון.
 (ג) תחומי עליה וירידה.
 (ד) נקודות חיתוך עם הצירים.
 (ה) שרטט את גרף הפונקציה.

$$y = -2x^3 - 3x^2 \quad (22)$$

$$y = \frac{1}{2}x^3 - 6x \quad (21)$$

$$y = 2x^3 + 6x^2 \quad (20)$$

$$y = 2x^3 - 9x^2 + 12x \quad (25)$$

$$y = x^3 - 2x^2 + x \quad (24)$$

$$y = -x^3 + 6x^2 - 9x \quad (23)$$

$$y = -x^4 + 4x \quad (28)$$

$$y = -x^3 + 1 \quad (27)$$

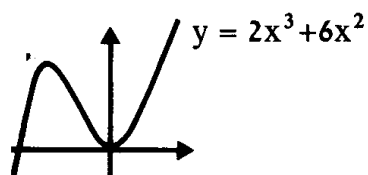
$$y = x^3 + 3x \quad (26)$$

$$y = 3x^4 - 4x^3 \quad (31)$$

$$y = -x^4 + 1 \quad (30)$$

$$y = \frac{1}{4}x^4 - 2x^2 \quad (39)$$

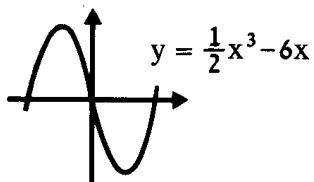
תשובות:



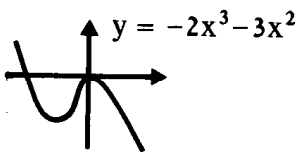
(20) א. לכל x . ב. $(0,0)$ מינימום, $(-2,8)$ מקסימום.

ג. עולה: $x < -2$ או $0 < x$, יורדת: $-2 < x < 0$.

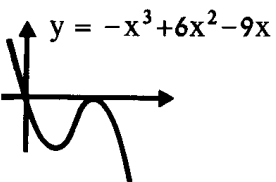
ד. $(-3,0)$, $(0,0)$.



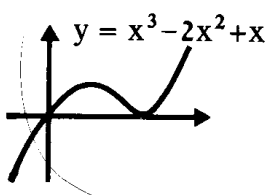
- 21 א. לכל x . ב. מינימום $(2, -8)$, מקסימום $(-2, 8)$.
 ג. עולה: $x < -2$ או $2 < x$, יורדת: $-2 < x < 2$.
 ד. $(-\sqrt{12}, 0)$, $(\sqrt{12}, 0)$, $(0, 0)$.



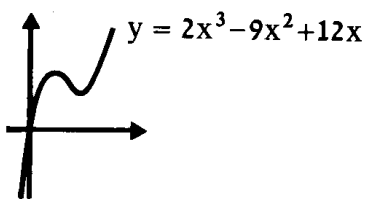
- 22 א. לכל x . ב. מינימום $(-1, -1)$, מקסימום $(0, 0)$.
 ג. עולה: $-1 < x < 0$, יורדת: $x < -1$ או $x > 0$.
 ד. $(-\frac{1}{2}, 0)$, $(0, 0)$.



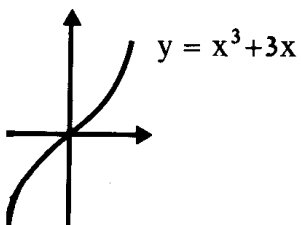
- 23 א. לכל x . ב. מינימום $(1, -4)$, מקסימום $(3, 0)$.
 ג. עולה: $1 < x < 3$, יורדת: $x < 1$ או $x > 3$.
 ד. $(3, 0)$, $(0, 0)$.



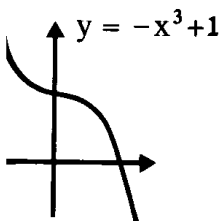
- 24 א. לכל x . ב. מינימום $(1, 0)$, מקסימום $(\frac{1}{3}, \frac{4}{27})$.
 ג. עולה: $x < \frac{1}{3}$ או $x > 1$, יורדת: $\frac{1}{3} < x < 1$.
 ד. $(1, 0)$, $(0, 0)$.



- 25 א. לכל x . ב. מקסימום $(1, 5)$, מינימום $(2, 4)$.
 ג. עולה: $2 < x$ או $x < 1$, יורדת: $1 < x < 2$.
 ד. $(0, 0)$.



- 26 א. לכל x . ב. אין.
 ג. עולה לכל x .
 ד. $(0, 0)$.



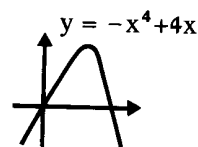
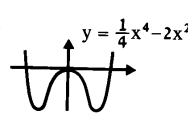
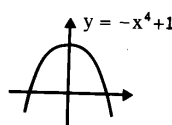
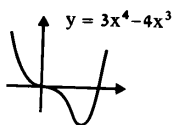
- 27 א. לכל x . ב. אין.
 ג. יורדת לכל x .
 ד. $(1, 0)$, $(0, 1)$.

31

30

29

28



4 משני יישובים הלכו זה לקראת זה שני הולכי רגל. הולך הרגל הראשון יצא שעה אחת לפני הולך הרגל השני. מהירותו של הולך הרגל השני היתה 3 קמ"ש. הם נפגשו אחרי שהולך הרגל הראשון עבר 12 ק"מ. לאחר הפגישה המשיך כל אחד בדרכו והולך הרגל הראשון הגיע ליישוב השני שעתיים וחצי לפני שהולך הרגל השני הגיע ליישוב הראשון. חשב את המרחק בין היישובים.

5 שני הולכי רגל יצאו ביחד מ-A ל-B. הראשון הגיע ל-B אחרי 5 שעות. השני, לאחר שעבר $\frac{1}{4}$ מהדרך, חזר ל-A, המתין שם 30 דקות ואחר כך הלך ל-B. הוא הגיע יחד עם הראשון. הולך הרגל הראשון עבר כל קילומטר ב-8 דקות יותר מהולך הרגל השני. מצא את מהירותיהם של הולכי הרגל.

6 הולך רגל יצא מ-A ל-B בשעה 8:00 במהירות של 4 קמ"ש. בשעה 9:00 יצא הולך רגל שני במהירות של 3 קמ"ש, גם הוא מ-A ל-B. הולך רגל שלישי, שהלך מ-B ל-A במהירות של 6 קמ"ש, פגש את הולך הרגל הראשון ב-9:30. לאחר מכן פגש גם את הולך הרגל השני. מצא מה היה אז המרחק בין הולך הרגל הראשון לשני.

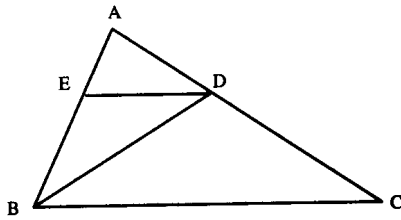
7 שני רצים התחרו לאורך מסלול ישר שאורכו 65 מ'. שניהם זינקו מקצהו האחד של המסלול ורצו לקצה השני. הרץ השני זינק שנייה אחת אחרי הראשון, השיגו במרחק של 15 מ' מנקודת הזינוק, הגיע לקצה השני, רץ מייד חזרה ופגש שוב ברץ הראשון שעדיין רץ לעבר הקצה השני. הפגישה היתה 11 שניות אחרי שהרץ הראשון יצא לדרך. מצא את המהירות של שני הרצים.

8 הולך רגל יצא לדרך במהירות של 5 קמ"ש. שעה אחרי יצא מאותו מקום הולך רגל שני והלך לאותו כיוון במהירות של 6 קמ"ש. לאחר עוד שעה יצא רוכב אופניים מאותו מקום, השיג את הולך הרגל השני ואחרי עוד 20 דקות השיג גם את הולך הרגל הראשון. מצא את מהירותו של רוכב האופניים.

9 שני ספורטאים רצים לאורך מסלול מעגלי במהירות קבועה. האחד עובר את המסלול ב-10 שניות פחות מהשני. שני הספורטאים זינקו באותו זמן מאותה נקודה של המסלול ורצו באותו כיוון. מאז הזינוק הם נפגשו לראשונה אחרי 720 שניות. א. מצא בכמה שניות מקיף כל אחד מהם את המסלול המעגלי פעם אחת. ב. מצא את אורך המסלול אם מהירותו של הראשון גדולה ב- $\frac{1}{2}$ מ' לשנייה ממהירותו של השני.

תשובות: 4) 18 ק"מ. 5) 3 קמ"ש, 5 קמ"ש. 6) 5 ק"מ. 7) $5 \frac{1}{2}$ מ' שנייה, $7 \frac{1}{2}$ מ' שנייה. 8) 8 קמ"ש או 18 קמ"ש. 9) א. 80 שניות, 90 שניות. ב. 360 מ'.

הנדסת המישור



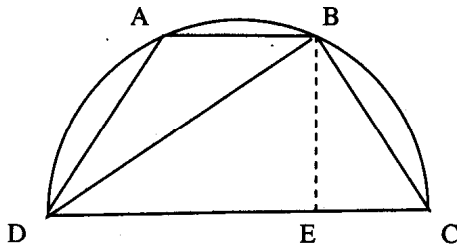
נתון משולש ABC.

BD חוצה זווית B.

E נקודה על הצלע AB.

נתון: $AB = 10$ ס"מ, $BC = 15$ ס"מ, $AE = 4$ ס"מ.

הוכח: $ED \parallel BC$.



ABCD טרפז החסום בחצי מעגל, כך שהבסיס DC הוא

קוטר המעגל; $BE \perp DC$ (ראה שרטוט).

א. הוכח שהטרפז ABCD שווה שוקיים.

ב. הוכח שאלכסון הטרפז מאונך לשוק של הטרפז.

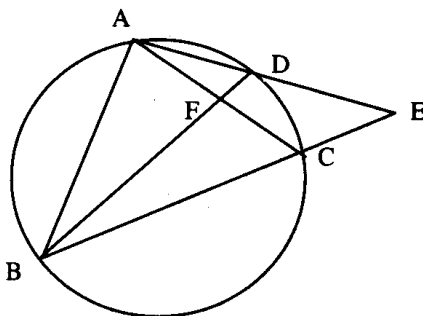
ג. הוכח כי: $BC^2 = CE \cdot CD$.

ד. נתון: $CE = 8$ ס"מ, רדיוס המעגל 9 ס"מ. חשב את אורך

האלכסון של הטרפז.

תשובה

ד. $DB = \sqrt{180}$ ס"מ



A, B, C ו-D נקודות על מעגל. הנקודה D היא אמצע הקשת

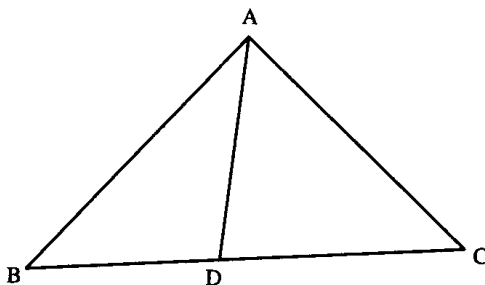
\widehat{AC} . המשיכי המיתרים AD ו-BC נפגשים בנקודה E.

א. הוכח: $AD^2 = BD \cdot FD$.

ב. נתון: $FD = 3$ ס"מ, $BF = 9$ ס"מ, $DE = 10$ ס"מ.

חשב את היחס $\frac{AB}{BE}$.

תשובה ב. 3:5



במשולש ABC נתון: $AB = 36$ ס"מ,

$\frac{BD}{DC} = \frac{9}{7}$, $BC = 48$ ס"מ.

א. הוכח: $\triangle ABC \sim \triangle DBA$.

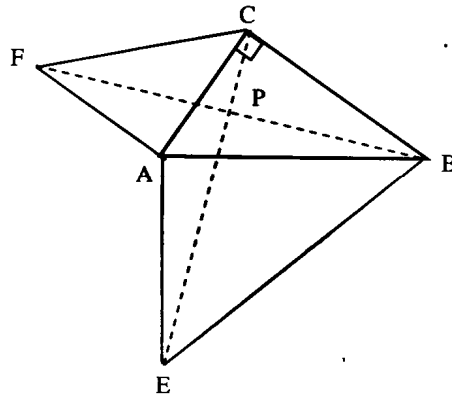
ב. נתון: $AD = DC$.

(1) חשב את אורך הצלע AC.

(2) הוכח: AD חוצה זווית BAC.

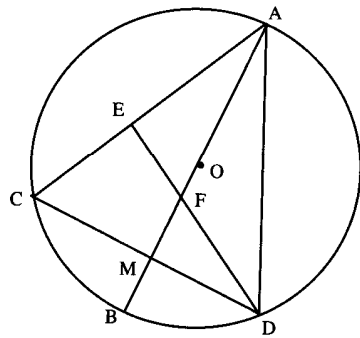
תשובה

ב. (1) 28 ס"מ



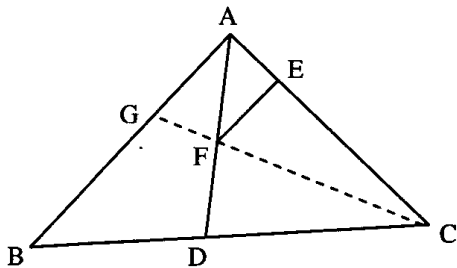
- נתון משולש ישר זווית ABC ($\angle ACB = 90^\circ$).
 נתון: $AF \perp AC$, $AE \perp AB$, $AF = AC$, $AE = AB$.
 הקטעים CE ו- BF נפגשים בנקודה P .
 א. הוכח: $BF = EC$
 ב. הוכח: $BF \perp EC$
 ג. נתון כי שטח המשולש AFC הוא 4.5 סמ"ר ושטח המשולש AEB הוא 12.5 סמ"ר.
 חשב את שטח המשולש ABC .

תשובה
 ג. 6 סמ"ר



- AB קוטר במעגל O . הנקודה M היא אמצע המיתר CD .
 נתון: $DE \perp AC$. F היא נקודת החיתוך של הקוטר AB עם הקטע DE .
 א. הוכח: המרובע $CEFM$ הוא בר-חסימה.
 ב. אלכסוני המרובע $CEFM$ נפגשים בנקודה G .
 הוכח: $CG \cdot GF = EG \cdot GM$
 ג. נתון: $CG = 8$ ס"מ, $FG = 2.5$ ס"מ. חשב רדיוס המעגל החוסם את המרובע $CEFM$.
 ד. נתון גם: $GM = 0.45 EG$. חשב את אורך המיתר CD .
 ה. חשב את המכפלה: $BM \cdot AM$.

תשובה:
 ג. 5.25 ס"מ. ד. $19\frac{1}{3}$ ס"מ. ה. $93\frac{4}{9}$



- במשולש ABC נתון: $AC = 12$ ס"מ, $AB = 15$ ס"מ, $\frac{S_{\triangle ABD}}{S_{\triangle ACD}} = \frac{5}{4}$.
 א. הוכח: AD חוצה זווית $\angle BAC$ במשולש ABC .
 ב. נתון: $EF \parallel AB$, $EC = 8$ ס"מ.
 חשב את אורך הקטע EF .
 ג. המשך הקטע CF חותך את הצלע AB בנקודה G (ראה ציור). חשב את אורך הקטע BG .

תשובה: ב. 4 ס"מ. ג. 9 ס"מ