

המרחק בין העיירות A ו-B הוא 120 ק"מ.

שליח א' יצא מעיירה A לעיירה B. לאחר שעה יצא שליח ב', שמהירותו 50 קמ"ש, מעיירה A בעקבות שליח א'.

כששליח ב' השיג את שליח א', הוא מסר לו הודעה, ומבלי להתעכב הסתובב וחזר. שליח ב' הגיע

ל-A בדיוק כששליח א' הגיע ל-B. מהירויות השליחים היו קבועות.

חשב את מהירותו של שליח א'.

פתרון

נסמן את מהירות שליח א' ב-x.

נסמן את זמן הנסיעה של שליח א' עד שהוא נפגש עם שליח ב' ב-t.

נציב את הנתונים בטבלה:

מהירות	זמן	דרך		
x	t	$x \cdot t$	שליח א'	עד לפגישה
50	$t-1$	$50(t-1)$	שליח ב'	
x	$\frac{120-x \cdot t}{x}$	$120-x \cdot t$	שליח א'	אחרי הפגישה
50	$\frac{x \cdot t}{50}$	$x \cdot t$	שליח ב'	

משוואה ראשונה שתקבל מהשוואת הדרכים עד לפגישה: $x \cdot t = 50(t-1)$.

משוואה שנייה לזמן אחרי הפגישה: $\frac{120-x \cdot t}{x} = \frac{x \cdot t}{50}$.

$$\begin{cases} x \cdot t = 50(t-1) \\ \frac{120-x \cdot t}{x} = \frac{x \cdot t}{50} \end{cases}$$

נפתור את מערכת המשוואות:

נבודד את x מהמשוואה הראשונה: $x = \frac{50(t-1)}{t}$. נציב במשוואה השנייה:

$$\frac{120-50(t-1)}{\frac{50(t-1)}{t}} = \frac{50(t-1)}{50}$$

$$\frac{t \cdot (170-50t)}{50(t-1)} = t-1$$

$$170t - 50t^2 = 50t^2 - 100t + 50$$

$$100t^2 - 270t + 50 = 0$$

$$10t^2 - 27t + 5 = 0 \Rightarrow t_1 = 2.5, t_2 = 0.2$$

עבור $t_1 = 2.5$ נקבל $x = 30$.

עבור $t_2 = 0.2$ נקבל מהירות שלילית.

כלומר התשובה: 30 קמ"ש.

שתי רכבות יוצאות בו זמנית זו לקראת זו משתי תחנות, A ו- B. התחנות מרוחקות ביניהן 600 ק"מ. אחת מהרכבות מגיעה למטרחה 3 שעות לפני השנייה. ידוע, כי בזמן שלוקח לרכבת אחת לעבור מרחק של 200 ק"מ, הרכבת השנייה מספיקה לעבור מרחק של 250 ק"מ. מצא את מהירויות שתי הרכבות.

פתרון

נסמן את מהירות הרכבת האיטית יותר ב- x .

המהירות של הרכבת המהירה יותר היא $\frac{250}{200}x$, כלומר $\frac{5}{4}x$.

הזמן שלוקח לרכבת האיטית לעבור את המרחק בין התחנות: $\frac{600}{x}$.

הזמן שלוקח לרכבת המהירה לעבור את המרחק בין התחנות: $\frac{600}{\frac{5}{4}x}$.

ברור, שלרכבת המהירה יותר ייקח פחות זמן לעבור את המרחק. וכעת נוכל להרכיב את המשוואה

$$\frac{600}{x} + 3 = \frac{600}{\left(\frac{5}{4}x\right)}$$

$$\frac{600}{x} = \frac{480}{x} + 3 \quad \text{נפתור אותה:}$$

$$600 = 480 + 3x$$

$$3x = 120$$

$$x = 40$$

מהירויות הרכבת הן: 40 קמ"ש, 50 קמ"ש.

3.

שני צופים יצאו זה לקראת זה משני מחנות, A ו- B, בו זמנית. השניים נפגשו והמשיכו כל אחד בדרכו.

הצופה שיצא ממחנה A הגיע למחנה B, והצופה שיצא ממחנה B הגיע למחנה A. כל אחד מהם, ברגע שהגיע למחנה, חזר מיד למחנה ממנו בא.

בדרך חזרה נפגשו הצופים שנית ואז התברר להם, כי עד לפגישה השנייה עבר הצופה ממחנה A בסך הכל 4 ק"מ יותר ממה שעבר הצופה ממחנה B.

הצופה ממחנה A הגיע חזרה למחנה שלו שעה לאחר הפגישה השנייה, ואילו הצופה ממחנה B חזר למחנה שלו שעתיים וחצי לאחר פגישה זו.

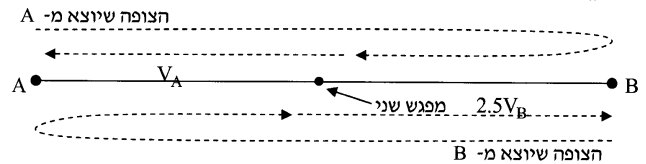
מהירות הצופים לא השתנתה בשעת ההליכה ושניהם הלכו באותה דרך. מה הייתה מהירותו של כל אחד מהצופים?

נסמן את מהירותו של צופה A ב- V_A .

נסמן את מהירותו של צופה B ב- V_B .

נכניס את כל הנתונים לטבלה:

צופה	עד הפגישה	מהירות	זמן	דרך
צופה A	עד הפגישה	V_A	$\frac{V_A + 5V_B}{V_A}$	$V_A + 5V_B$
	אחרי הפגישה	V_A	1	V_A
צופה B	עד הפגישה	V_B	$\frac{2V_A + 2.5V_B}{V_B}$	$2V_A + 2.5V_B$
	אחרי הפגישה	V_B	2.5	$2.5V_B$



סך המרחק בין A ל- B : $V_A + 2.5V_B$.

עד לפגישה השנייה, הצופה שיצא ממחנה A עבר את המרחק ה- V_A הוא עבר את המרחק ממחנה B למחנה B, וגם את המרחק שהצופה שיצא ממחנה B היה צריך לעבור אחרי הפגישה השנייה.

המרחק שהצופה שיצא ממחנה B היה צריך לעבור אחרי הפגישה השנייה הוא $2.5V_B$, לכן סך המרחק

שעבר הצופה ממחנה A עד לפגישה השנייה: $X_A = V_A + 2.5V_B + 2.5V_B = V_A + 5V_B$.

לעומת זאת, עד לפגישה השנייה, הצופה שיצא ממחנה B עבר את המרחק ה- V_B הוא עבר את המרחק ממחנה B למחנה A, וגם את המרחק שהצופה שיצא ממחנה A היה צריך לעבור אחרי הפגישה השנייה.

המרחק שהצופה שיצא ממחנה A היה צריך לעבור אחרי הפגישה השנייה הוא V_A , לכן סך המרחק שעבר

הצופה ממחנה B עד לפגישה השנייה: $X_B = V_B + 2.5V_B + V_A = 2V_B + 2.5V_B + V_A$.

הזמן עד לפגישה השנייה שווה עבור שני הצופים ולכן:

$$\begin{aligned} \frac{V_A + 5V_B}{V_A} &= \frac{2V_A + 2.5V_B}{V_B} \\ 1 + \frac{5V_B}{V_A} &= \frac{2V_A}{V_B} + 2.5 \\ \frac{5V_B}{V_A} - \frac{2V_A}{V_B} &= 1.5 \end{aligned}$$

עד לפגישה השנייה הלך הצופה שיצא ממחנה A 4 ק"מ יותר מהצופה שיצא ממחנה B ולכן:

$$\begin{aligned} V_A + 5 \cdot V_B - (2V_A + 2.5V_B) &= 4 \\ 2.5V_B - V_A &= 4 \\ 2.5V_B - 4 &= V_A \end{aligned}$$

נציב במשוואה שקיבלנו למעלה ונפתור:

$$\frac{5V_B}{2.5V_B - 4} - \frac{2(2.5V_B - 4)}{V_B} = 1.5$$

$$5V_B^2 - 2(2.5V_B - 4)^2 = 1.5V_B(2.5V_B - 4)$$

$$5V_B^2 - 12.5V_B^2 + 40V_B - 32 = 3.75V_B^2 - 6V_B$$

$$11.25V_B^2 - 46V_B + 32 = 0$$

$$V_{B1,2} = \frac{46 \pm \sqrt{46^2 - 4 \cdot 11.25 \cdot 32}}{2 \cdot 11.25} = \frac{46 \pm 26}{22.5} \Rightarrow V_{B1} = 3.2, V_{B2} = 0.88$$

מכאן נקבל שני פתרונות עבור V_A :

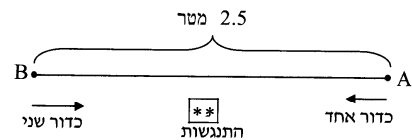
$$V_{A1} = 2.5 \cdot V_{B1} - 4 = 2.5 \cdot 3.2 - 4 = 4$$

$$V_{A2} = 2.5 \cdot V_{B2} - 4 = 2.5 \cdot 0.88 - 4 = -1.8$$

צריך להתקיים: $V_A > 0$, לכן נקבל: $V_B = 3.2$ קמ"ש, $V_A = 4$ קמ"ש

כדור א' מתגלגל מנקודה A, ונע לכיוון נקודה B במהירות קבועה ובקו ישר. המרחק בין נקודה A לנקודה B הוא 2.5 מטרים. כעבור 1.5 שניות מיציאת כדור א' נזרק לעברו כדור נוסף, ב', מנקודה B. כדור ב' נע ישר לעבר כדור א' במהירות קבועה של 3 מטרים לשנייה. לאחר שכדור ב' התנגש בכדור א', המשיך כדור א' לנוע בקו ישר לכיוון הנקודה B במהירות הקטנה ב-40% ממהירותו עד להתנגשות. כדור א' הגיע לנקודה B כעבור 7 שניות מרגע יציאתו מהנקודה A. מה הייתה מהירות כדור א' עד רגע ההתנגשות?

פתרון



ניעור בנוסחה: מהירות \times זמן = דרך, ונרכז את כל הנתונים בטבלה:

דרך	זמן	מהירות		
$1.5v$	1.5	v	עד יציאת הכדור השני	כדור א'
$v \cdot t$	t	v	מרגע יציאת הכדור השני ועד ההתנגשות	
$0.6v \cdot (5.5 - t)$	$7 - (1.5 + t) = 5.5 - t$	$v - 40\% \cdot v = v - 0.4v = 0.6v$	מההתנגשות ועד לנקודה B	כדור ב'
$3t$	t	3	עד ההתנגשות	

משוואה ראשונה: מרחק הכדור הראשון מרגע ההתנגשות ועד שהגיע לנקודה B שווה למרחק שעבר הכדור שיצא מהנקודה B עד לרגע ההתנגשות. כלומר: $3t = 0.6v \cdot (5.5 - t)$ (1)

משוואה שנייה: סך הדרך שעברו שני הכדורים יחד עד לרגע ההתנגשות היא 2.5 מטרים. ומכאן נקבל

$$(2) \quad 1.5v + v \cdot t + 3t = 2.5 \quad \text{את המשוואה:}$$

$$3t = 0.6v \cdot (5.5 - t) \quad /: 0.6 \quad \text{נקבל: (1)}$$

$$5t = v \cdot (5.5 - t)$$

$$(3) \quad v = \frac{5t}{5.5 - t}$$

$$\frac{7.5t}{5.5 - t} + \frac{5t^2}{5.5 - t} + 3t = 2.5 \quad /: (5.5 - t) \quad \text{נקבל: (2)}$$

$$7.5t + 5t^2 + 16.5t - 3t^2 = 13.75 - 2.5t$$

$$2t^2 + 26.5t - 13.75 = 0$$

$$t_{1,2} = \frac{-26.5 \pm 28.5}{4} \Rightarrow t_1 = -13.75, t_2 = 0.5$$

הפתרון $t = -13.75$ נפסל כמובן, כלומר $t = 0.5$. נציב במשוואה (3) ונקבל:

$$V = \frac{5 \cdot 0.5}{5.5 - 0.5} = \frac{2.5}{5} = 0.5$$

לסיכום, מהירות כדור א' עד ההתנגשות **0.5 מטר לשנייה**.

שני הולכי רגל יצאו בו זמנית מעיר א' לעיר ב'.

המרחק בין עיר א' לעיר ב' הוא 30 ק"מ.

הולך הרגל הראשון הלך במהירות הגדולה ב- 2 קמ"ש ממהירותו של הולך הרגל השני.

כעבור 1.5 שעות הקטין הולך הרגל הראשון את מהירותו לחצי ממהירותו הקודמת,

והגיע לעיר ב' שעה לאחר הולך הרגל השני.

א. מה הייתה המהירות של הולך הרגל השני, אם ידוע שהיא קטנה מ- 5 קמ"ש?

ב. כמה זמן לאחר ששני הולכי הרגל יצאו מעיר א', השיג הולך הרגל השני את הולך הרגל

הראשון?

תשובה: א. 4 קמ"ש ב. 4.5 שעות

6.

מכונית משא יצאה מתל אביב למחנה צבאי בדרום הארץ. אחריה יצא אוטובוס במהירות

הגדולה ב- 12 ק"מ לשעה ממהירותה של מכונית המשא. האוטובוס הגיע למחנה ביחד עם

מכונית המשא.

$2\frac{1}{2}$ שעות לפני הגיעם למחנה, יצא לקראתם מהמחנה רוכב אופנוע במהירות הגדולה פי 2

ממהירות מכונית המשא. רוכב האופנוע פגש את מכונית המשא 10 דקות לפני שפגש את

האוטובוס.

כל כלי הרכב נסעו באותו כביש, ומהירויותיהם לא השתנו בזמן הנסיעה.

מצא את מהירות מכונית המשא.

תשובה: 36 קמ"ש