

1. סדרה מוגדרת לכל n טבעי ע"י כלל הנסיגה:

$$\begin{cases} a_1 = c \\ a_{n+1} = a_n + 2^{-n} \end{cases}$$

מגדירים סדרה נוספת b_n המקיימת: $b_n = a_{n+1} - a_n$.

א. הוכח שהסדרה b_1, b_2, b_3, \dots היא סדרה הנדסית יורדת.

ב. חשב את סכום הסדרה האינסופית: $b_1 + b_2 + b_3 + \dots$.

ג. נתון: $a_3 = 1.75$. חשב את c .

תשובות א. 1 ב. $c=1$

2.

סדרה מוגדרת ע"י כלל הנסיגה:

$$\begin{cases} a_1 = 1024, a_2 = 1536 \\ a_{n+2} = \frac{3}{4} a_n \end{cases}$$

א. הסבר מדוע הסדרות: $a_1, a_3, a_5, \dots, a_{2n-1}$ ו- $a_2, a_4, a_6, \dots, a_{2n}$

הן סדרות הנדסיות יורדות.

ב. נתון כי בסדרה זו 12 איברים. מצא את סכומם.

תשובות ב. 8417.5

3.

נתונה סדרה המוגדרת על-ידי כלל הנסיגה:

$$\begin{cases} a_4 = t \\ a_{n+1} = a_n + 2n - 5 \end{cases}$$

א. מצא את t עבורו האיברים a_3, a_4, a_5 מהווים סדרה הנדסית.

ב. מצא את מנת הסדרה ההנדסית.

ג. בסדרה הנדסית אחרת שמנתה שווה למנה שמצאת בסעיף ב', יש 10 איברים. סכום חמשת

האיברים הראשונים הוא 121.

מצא את סכום חמשת האיברים האחרונים בסדרה זו.

תשובות א. 1.5 ב. 3 ג. 29403

4.

סדרה מוגדרת לכל n טבעי על-ידי הכלל: $a_{n+1} = a_n + 2 \cdot 3^n$.

מגדירים סדרה נוספת: $b_n = a_{n+1} - a_n$.

א. הוכח שהסדרה b_n היא סדרה הנדסית.

ב. נסמן: $T = a_2 + a_4 + a_6 + \dots + a_{12}$, $S = a_1 + a_3 + a_5 + \dots + a_{11}$.

(1) הראה כי $T - S = b_1 + b_3 + b_5 + \dots + b_{11}$.

(2) חשב את ערך הביטוי $T - S$.

תשובות ב. 2) 398580

5.

בסדרה הנדסית $2n$ איברים. סכום n האיברים האחרונים גדול פי 16 מסכום n האיברים הראשונים, וסכום $n+1$ האיברים האחרונים גדול פי 8 מסכום $n+1$ האיברים הראשונים. מצא את מנת הסדרה ואת מספר איבריה.

תשובה: $q = 2$, $2n = 8$.

6.

בסדרה הנדסית שווה סכום $(n-1)$ האיברים הראשונים ל-372. אם נחסר מסכום n האיברים הראשונים של הסדרה את האיבר הראשון נקבל 186, ואם נחסר מסכום n האיברים הראשונים של הסדרה את שני האיברים הראשונים נקבל 90. מצא את מנת הסדרה ההנדסית הנ"ל ואת איברה הראשון.

תשובה: $q = 0.5$, $a_1 = 192$.

7.

בסדרה הנדסית מספר זוגי של איברים. סכום כל איברי הסדרה הוא 665, וסכום איברי הסדרה המתקבלת, כאשר מחליפים את הסימנים של כל האיברים הנמצאים במקומות הזוגיים הוא 133. האיבר הראשון בסדרה הוא 243. מצא כמה איברים בסדרה.

תשובה: 6.

8.

בסדרה הנדסית $2n+1$ איברים. סכום n האיברים הראשונים קטן פי 8 מסכום n האיברים הבאים אחריהם. האיבר האחרון בסדרה גדול ב-252 מהאיבר הראשון. מצא את האיבר הראשון בסדרה.

תשובה: 4.

9.

נתונה סדרה חשבונית: $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$.

האיבר השביעי בסדרה גדול פי 4 מן האיבר השני בסדרה וסכום 8 האיברים הראשונים בסדרה גדול ב- 80 מן האיבר השביעי בסדרה.

א. חשב את a_1 .

ב. נתונה סדרה חשבונית נוספת: $b_1, b_2, b_3, \dots, b_n$. משתי הסדרות בונים סדרה חשבונית חדשה: $(a_1 + b_1), (a_2 + b_2), (a_3 + b_3), \dots, (a_n + b_n)$.

ההפרש של הסדרה החדשה הוא 7 וסכום 8 האיברים הראשונים שלה הוא 204.

1) מצא את ההפרש של הסדרה השנייה ואת b_1 .

2) נתון כי סכום n האיברים הראשונים של הסדרה החדשה הוא 1350. מצא את n .

תשובה: א. $a_1 = 2$ (ב.1). $b_1 = -1$ והפרש של סדרה $\{b_n\}$ שווה 4 (ב.2). 20.

10.

בסדרה חשבונית $2n$ איברים. סכום $n + 1$ האיברים הראשונים הוא 429 וסכום $n + 1$ האברים האחרונים הוא 1122. הפרש הסדרה הוא 7.

א. מצא את מספר אברי הסדרה, את האיבר הראשון שלה ואת סכומה.

ב. חלק מאברי הסדרה מתחלקים ב- 4 ללא שארית. חשב את סכום אברי הסדרה שאינם מתחלקים ב- 4 ללא שארית.

תשובה: א. מספר איברים בסדרה: 20, $a_1 = 4$, $S_{20} = 1410$ ב. 1110

11.

נתונה סדרה חשבונית שיש בה $3n$ איברים. סכום n האיברים האחרונים גדול פי 2 מסכום n האיברים שלפניהם.

א. הראה שסכום n האיברים הראשונים של הסדרה הוא אפס.

ב. האיבר השביעי של סדרה זו שווה לאפס. מצא את מספר אברי הסדרה.

תשובה: ב. 39.

12. סדרה מוגדרת על ידי כלל נסיגה:

$$\begin{cases} a_{n+1} = 5n - a_n + 2 \\ a_1 = k \end{cases}$$

א. הוכח כי לכל n טבעי: $a_{n+2} - a_n = 5$.

ב. הבע את סכום $2n$ האיברים הראשונים של הסדרה הנתונה, באמצעות n .

ג. נתון כי $a_{40} = 105$, חשב את k .

תשובות: א. $s_{2n} = n(2k + 2 + 5n)$ ב. $k=3$

13. סדרה מוגדרת על ידי נוסחה לפי מקום: $a_n = 2n^2 - 3n$.

א. הוכח כי הסדרה b_n המוגדרת על ידי $b_n = a_{n+1} - a_n$ היא סדרה חשבונית.

ב. מצא את סכום n האיברים הראשונים של סדרת ה- b_n אם נתון כי $a_n = 252$.

תשובה: ב. 300