עבודה בחקירות פונקציות טריגונומטריות

.1

נתונה הפונקציה : $f(x) = a\sin x - 10\cos bx + 2x + 1$ בתחום: $-2\pi \le x \le 2\pi$. לפונקציה
יש נקודת פיתול ב- $x = \pi$. שיפוע המשיק לגרף הפונקציה בנקודת הפיתול שלה הוא 6 .

א. מצא את a ואת b ($0 < b < 1$).

ב. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה.

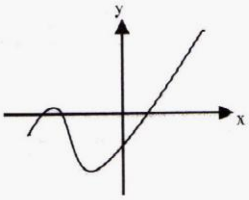
ג. מצא את נקודות הפיתול של הפונקציה.

ד. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה בתחום הנתון.

ה. כמה פתרונות יש למשוואה $f(x) = 0$ בתחום הנתון ?

א. $a = 1$, $b = \frac{1}{2}$ **ב.** $(-\frac{5\pi}{3}, 0.054)$ **מקסימום** , $(-\frac{\pi}{3}, -10.62)$ **מינימום** ,
$(-2\pi, -1.566)$ **מינימום** , $(2\pi, 23.57)$ **מקסימום** **ג.** $(-\pi, -5.28)$, $(\pi; 7.28)$

ד. **ה. 3 פתרונות**



.2

נתונה הפונקציה : $f(x) = x \cdot \sin\frac{x}{2} + 2\cos\frac{x}{2} - \frac{x^2}{4} \cdot \cos\frac{x}{2}$ בתחום $-8 \le x \le 8$.

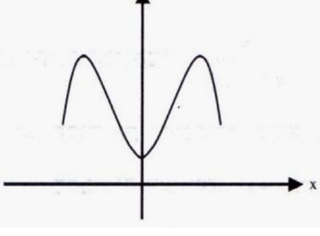
א. מצא את נקודות הקיצון המקומיות והמוחלטות של הפונקציה בתחום הנתון וקבע את סוגן.

ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה בתחום הנתון.

ג. הראה שעבור כל x בתחום מתקיים: $x \cdot \sin\frac{x}{2} + 2\cos\frac{x}{2} \ge \frac{x^2}{4} \cdot \cos\frac{x}{2} + 2$.

ד. כמה פתרונות יש למשוואה $f(x) = 4$ בתחום הנתון ?

א. $(-8;3.1)$ **מינימום מקומי** , $(-2\pi;7.87)$ **מקסימום מוחלט** , $(0;2)$ **מינימום מוחלט** ,
$(2\pi;7.87)$ **מקסימום מוחלט** , $(8;3.1)$ **מינימום מקומי** **ב.**
ג. $f(x) \ge 2$ **לכל x בתחום הנתון** **ד. 4 פתרונות**



3.

נתונה הפונקציה: $y=\sqrt{a-b\sin2x}$ $(a>0\,,\,b>0)$.

משוואת המשיק לגרף הפונקציה בנקודה $x=\frac{\pi}{12}$ היא: $y=-\frac{\sqrt3}{2}x+\frac{\sqrt3\pi}{24}+1$.

א. מצא את a ו- b .

ב. הסבר מדוע הפונקציה מוגדרת לכל ערך של x.

ג. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה בתחום $-\frac{\pi}{2}\le x\le\frac{\pi}{2}$ וקבע את סוגן.

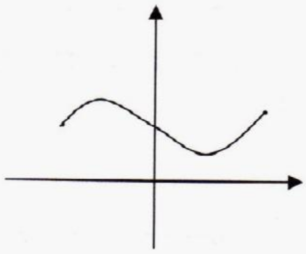
ד. מצא נקודות חיתוך עם הצירים.

ה. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה בתחום הנתון.

א. $a=1.5$, $b=1$ **ב.** $\sin2x\le1$ **לכל ערך של x , לכן** $1.5-\sin2x>0$ **לכל ערך של x**

ג. $(-\frac{\pi}{2};1.225)$ **מינימום** , $(-\frac{\pi}{4};1.581)$ **מכסימום** , $(\frac{\pi}{4};\frac{\sqrt2}{2})$ **מינימום** ,

$(\frac{\pi}{2};1.225)$ **מכסימום** **ד.** $(0;1.225)$ **ה.**



4.

נתונה הפונקציה: $f(x)=\cos^2(5x-\pi)$ בתחום $-\frac{\pi}{5}\le x\le\frac{\pi}{5}$.

א. הוכח שהפונקציה זוגית.

ב. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה וקבע את סוגן.

ג. מצא את נקודות הפיתול של הפונקציה.

ד. מצא את תחומי הקעירות כלפי מעלה $\cup$ ואת תחומי הקעירות כלפי מטה $\cap$ של הפונקציה.

ה. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

ב. $(-\frac{\pi}{5};1)$, $(-\frac{\pi}{10};0)$, $(0;-1)$, $(\frac{\pi}{10};0)$, $(\frac{\pi}{5};1)$.

ג. $(-\frac{\pi}{5},1)$ **מקסימום** , $(0;-1)$ **מינימום** , $(\frac{\pi}{5},1)$ **מקסימום**

ד. $(0.16\pi;0.54)$, $(\frac{\pi}{10};0)$, $(0.04\pi;-0.54)$, $(-0.04\pi;-0.54)$,

$(-\frac{\pi}{10};0)$, $(-0.16\pi;0.54)$

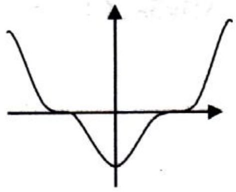
ה. קעורה כלפי מעלה $\cup$ בתחומים:

$\frac{\pi}{10}<x<0.16\pi$, $-0.04\pi<x<0.04\pi$, $-0.16\pi<x<-\frac{\pi}{10}$;

קעורה כלפי מטה $\cap$ בתחומים:

$0.16\pi<x<\frac{\pi}{5}$, $0.04\pi<x<\frac{\pi}{10}$, $-\frac{\pi}{10}<x<-0.04\pi$, $-\frac{\pi}{5}<x<-0.16\pi$

ו.



.5 נתונה הפונקציה: $f(x)=\frac{\cos3x}{1+\cos3x}$ בתחום: $-\frac{2\pi}{3} \le x \le \frac{2\pi}{3}$.

א. הראה שהפונקציה זוגית.

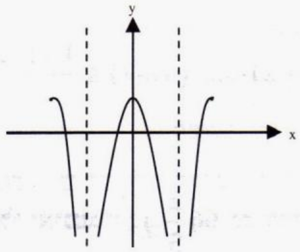
ב. חקור את הפונקציה ומצא: 1) את תחום ההגדרה של הפונקציה 2) את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים 3) את נקודות הקיצון של הפונקציה וקבע את סוגן 4) אסימפטוטות מקבילות לצירים

ג. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה בתחום הנתון.

ב. (1 $x \ne \frac{\pi}{3}$, $x \ne -\frac{\pi}{3}$ (2 $(0;\frac{1}{2}),(-\frac{\pi}{2};0),(-\frac{\pi}{6};0),(\frac{\pi}{6};0),(\frac{\pi}{2};0)$

(3 $(-\frac{2\pi}{3};\frac{1}{2}),(0;\frac{1}{2}),(\frac{2\pi}{3};\frac{1}{2})$ **נקודות מכסימום** (4 $x=-\frac{\pi}{3}, x=\frac{\pi}{3}$

ג.



.6 נתונה הפונקציה: $f(x) = \sin x + b\sin 2x$ בתחום $0 \le x \le 2\pi$.

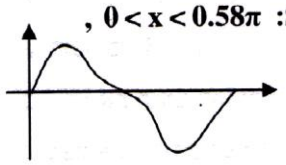
המשיק לגרף הפונקציה בנקודה $x=\frac{\pi}{2}$ יוצר זווית בת $135°$ עם הכיוון החיובי של ציר ה- x.

א. מצא את b.

ב. חקור את הפונקציה ומצא: 1) תחום הגדרה. 2) נקודות קיצון. 3) תחומי עלייה וירידה. 4) נקודות פיתול. 5) תחומי קעירות כלפי מעלה וקעירות כלפי מטה. 6) נקודות חיתוך עם הצירים.

ג. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

א. $b=\frac{1}{2}$ **ב.** (1) **כל x בתחום** (2) $(0,0)$ **מינימום**, $(\frac{\pi}{3},1.3)$ **מקסימום**, $(\frac{5\pi}{3},-1.3)$ **מינימום**, $(2\pi,0)$ **מקסימום** (3) **עלייה:** $0<x<\frac{\pi}{3}$, $\frac{5\pi}{3}<x<2\pi$
ירידה: $\frac{\pi}{3}<x<\frac{5\pi}{3}$ (4) $(\pi;0)$, $(0.58\pi,0.73)$, $(1.42\pi,-0.73)$
(5) **כלפי מעלה:** $0.58\pi<x<\pi$, $1.42\pi<x<2\pi$ **כלפי מטה:** $0<x<0.58\pi$, $\pi<x<1.42\pi$ (6) $(0,0)$, $(\pi,0)$, $(2\pi,0)$ **ג.**



7. נתונה הפונקציה : $f(x) = x^2 - \cos 2x$ בתחום $-\pi \le x \le \pi$.

א. הראה שהפונקציה $f(x)$ היא פונקציה זוגית.

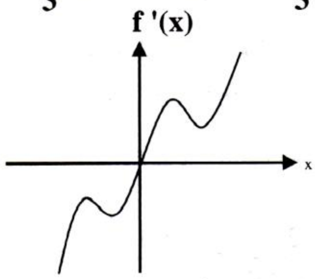
ב. מצא את $f'(x)$ והראה שהנה פונקציה אי-זוגית.

ג. מצא את נקודות הקיצון של $f'(x)$ בתחום הנתון וסרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f'(x)$.

ד. היעזר בסעיפים א' ו- ג' ומצא את נקודות הקיצון, את נקודות הפיתול , את תחומי הקעירות כלפי מעלה ואת תחומי הקעירות כלפי מטה של הפונקציה $f(x)$.

ה. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ב. $f'(x) = 2x + \sin 2x$ **ג.** $(-\pi;-2\pi)$ **מינימום ,** $(-\frac{2\pi}{3};-2.46)$ **מקסימום,**
$(-\frac{\pi}{3};-3.83)$ **מינימום ,** $(\frac{\pi}{3};3.83)$ **מקסימום ,** $(\frac{2\pi}{3};2.46)$ **מינימום ,** $(\pi;2\pi)$ **מקסימום**



ד. נקודות קיצון: $(0;-1)$ **מינימום** $(-\pi;\pi^2-1)$ **מקסימום ,** $(\pi;\pi^2-1)$ **מקסימום ;**

נקודות פיתול: $(-\frac{2\pi}{3};4.89)$, $(-\frac{\pi}{3};1.6)$, $(\frac{\pi}{3};1.6)$, $(\frac{2\pi}{3};4.89)$

תחומי קעירות כלפי מעלה: $\frac{2\pi}{3} < x < \pi$, $-\frac{\pi}{3} < x < \frac{\pi}{3}$, $-\pi < x < -\frac{2\pi}{3}$

תחומי קעירות כלפי מטה: $\frac{\pi}{3} < x < \frac{2\pi}{3}$, $-\frac{2\pi}{3} < x < -\frac{\pi}{3}$ **ה.**