

מבחן דוגמה במתמטיקה – כיתה יב – 5 יח"ל.

שם התלמיד: _____

שם המורה: ולדימיר

1. נתון מספר מרוכב : $z = R \operatorname{cis} \alpha$.

א. הראה כי: $\frac{z}{\bar{z}} = \operatorname{cis} 2\alpha$.

ב. נתון כי: $|z| + |\bar{z}| + \left| \frac{z}{\bar{z}} \right| = 7$, $\frac{z}{\bar{z}} = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$, $180^\circ < \alpha < 270^\circ$.

מצא את z .

ב. $z = 3 \operatorname{cis} 240^\circ = -\frac{3}{2} - \frac{3\sqrt{3}}{2}i$

2. נתון מעגל שמרכזו $M(3;5)$. AB מיתר במעגל המונח על הישר $x - 2y + 12 = 0$. אורך

המיתר AB הוא $6\sqrt{5}$.

א. מצא את משוואת המעגל.

ב. מצא את שיעורי הנקודות A ו- B (הנקודה B נמצאת מימין לנקודה A).

ג. מצא את משוואות המעגלים המשיקים למעגל M בנקודה B ואורך הרדיוס שלהם הוא $\sqrt{8}$.

א. $(x-3)^2 + (y-5)^2 = 50$, ב. $A(-4;4)$, $B(8;10)$

ג. $(x-6)^2 + (y-8)^2 = 8$, $(x-10)^2 + (y-12)^2 = 8$

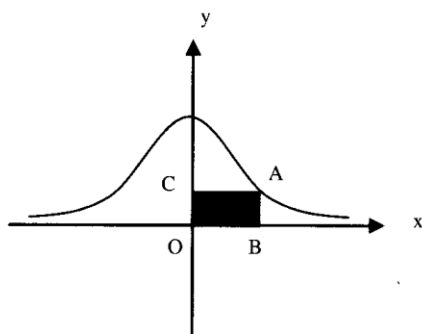
3. נתונה המשוואה: $z^2 - (2\sin\alpha)i \cdot z - 1 = 0$ (α הוא מספר ממשי).

א. הראה כי פתרונות המשוואה הם: $z_1 = \operatorname{cis} \alpha$, $z_2 = \operatorname{cis}(\pi - \alpha)$.

ב. נתון: $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$, O ראשית הצירים במישור של גאוס.

הבע באמצעות α את גודל הזווית שבין Oz_1 לבין Oz_2 והראה כי שטח המשולש שקדקודיו

א. $\frac{1}{2} \sin 2\alpha$, ב. $\pi - 2\alpha$



4. נתונה הפונקציה: $f(x) = e^{1-x^2}$. מנקודה A הנמצאת על גרף

הפונקציה ברביע הראשון, מורידים אנכים לצירים. אנכים אלה

יוצרים עם הצירים מלבן $ABOC$ (ראה שרטוט).

מצא את שיעורי הנקודה A עבורה שטח המלבן הנוצר באופן

זה יהיה מקסימלי.

$A\left(\frac{\sqrt{2}}{2}; \sqrt{e}\right)$

5. נתונה הפרבולה $y^2 = 28x$.

א. מצא את המקום הגיאומטרי של אמצעי כל המיתרים המחברים נקודה על הפרבולה עם הקדקוד שלה.

ב. הישר $y = mx$ חותך את הפרבולה $y^2 = 28x$ בנקודה A ואת המעקם שאת משוואתו

מצאת בסעיף א', הוא חותך בנקודה B. חשב את היחס $\frac{OA}{OB}$ (O ראשית הצירים).

א. $y^2 = 14x$ ב. 2

6. ישר ששיפועו $-\frac{5}{4}$ משיק לפרבולה בנקודה A, הנמצאת על הישר $x = 4$.

א. מצא את משוואת הפרבולה.

ב. מצא משוואת מעגל שמרכזו על ציר ה-x, המשיק לפרבולה בנקודה A.

ג. $y^2 = 25x$ ב. $(x - 16.5)^2 + y^2 = 256.25$

7. הנקודה A נמצאת על הפרבולה $y^2 = 28x$. בנקודה A

מעבירים משיק לפרבולה וישר נוסף l_1 המקביל לציר ה-x.

ישר l_2 עובר דרך ראשית הצירים ומקביל למשיק בנקודה

A. הנקודה P היא נקודת החיתוך של הישרים l_1 ו- l_2 .

א. הראה, שהמקום הגיאומטרי של הנקודות P הנוצרות באופן זה, הוא פרבולה.

ב. הנקודה B($x_1; 14$) נמצאת על הפרבולה שמצאת בסעיף

א' והנקודה C($x_2; 14$) נמצאת על הפרבולה $y^2 = 28x$.

מצא את שטח המשולש OBC (O ראשית הצירים).

א. $y^2 = 14x$ ב. 49

