

דמיון משולשים במעגל – מיתרים וזוויות

(16) הם מיתרים במעגל שמרכזו O. AB ו-BC

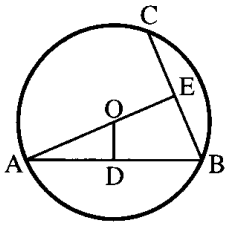
הנקודות D ו-E הן בהתאמה אמצעי

המיתרים AB ו-BC. הקטע AE

עובר דרך המרכז O.

הוכח: א. $OD \perp AB$, $AE \perp BC$.

ב. $\triangle ADO \sim \triangle AEB$.



(17) הם שני מיתרים במעגל AB ו-CD

הנחתכים בנקודה E.

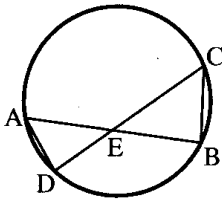
א. הוכח: $\triangle ADE \sim \triangle CBE$.

ב. נתון: $AD = 8$ ס"מ, $AE = 12$ ס"מ,

$BC = 10$ ס"מ. מצא עפ"י הנתונים

הנייל את הקטע שניתן לחשב את אורכו

וחשב את אורכו.



(18) המשולש ABC חסום במעגל. AD הוא

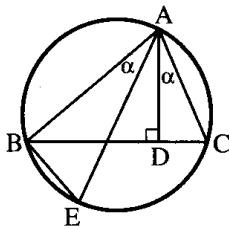
הגובה לצלע BC והוא יוצר זווית α עם

הצלע AC. המיתר AE יוצר זווית α עם

הצלע AB.

א. הוכח: $\triangle ADC \sim \triangle ABE$.

ב. מה ניתן לומר על המיתר AE? נמק.



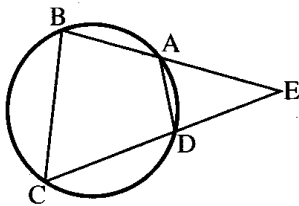
(19) המרובע ABCD חסום במעגל. המשכי

הצלעות AB ו-DC נחתכים בנקודה E.

א. הוכח: $\triangle ADE \sim \triangle CBE$.

ב. נתון: $AE = 6$ ס"מ, $AB = 4$ ס"מ,

$DE = 5$ ס"מ. חשב את CD.



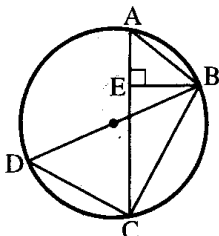
(20) הנקודות A, B, C ו-D נמצאות על המעגל.

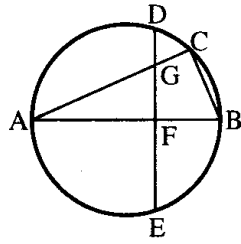
BD הוא קוטר. הקטע BE מאונך למיתר AC.

א. הוכח: $\triangle ABE \sim \triangle DBC$.

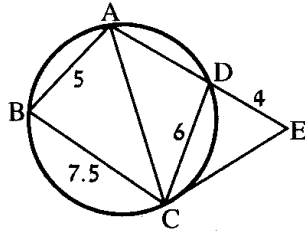
ב. נתון: $DC = 12$ ס"מ, $AB = 5$ ס"מ.

ורדיוס המעגל 10 ס"מ. חשב את AE ו-BE.

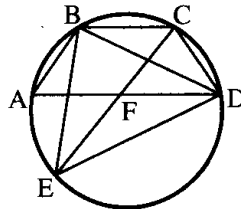




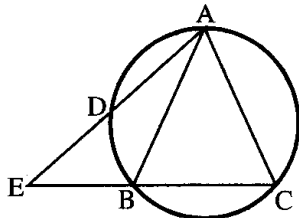
- (21) המשולש ABC חסום במעגל כך שהצלע AB היא קוטר. הקוטר AB חוצה את המיתר DE בנקודה F. המיתר DE חותך את הצלע AC בנקודה G. נתון: $AG = 6$ ס"מ, $GC = 1.5$ ס"מ, $BF = 4$ ס"מ. מצא את AF ואת רדיוס המעגל.



- (22) המרובע ABCD חסום במעגל. הנקודה E נמצאת על המשך הצלע AD. א. היעזר בנתונים שבציור והוכח: $\triangle ABC \sim \triangle EDC$. ב. נתון: $AC = 8$ ס"מ. חשב את CE. ג. נסמן: $\angle BAD = \alpha$, $\angle BCE = \beta$. הבע את זווית ACB באמצעות α ו- β .

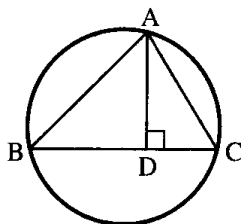


- (23) ABCD הוא טרפז החסום במעגל ($BC \parallel AD$). E נקודה על המעגל (ראה ציור). המיתר CE חותך את המיתר AD בנקודה F. הוכח: $\triangle BED \sim \triangle CDF$.

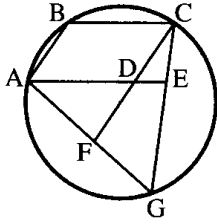


- (24) המשולש ABC שחסום במעגל הוא שווה שוקיים ($AB = AC$). הנקודה D היא נקודה כלשהי על הקשת הקטנה בין A ל-B. המשך המיתר AD נפגש עם המשך הבסיס BC בנקודה E. א. הוכח: $\triangle ADB \sim \triangle ABE$. ב. נתון: $AC = 12$ ס"מ, $DE = 7$ ס"מ. חשב את AD.

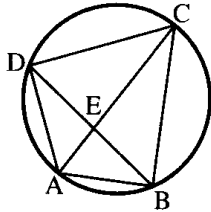
- (25) משולש שווה שוקיים ABC בעל זווית ראש חדה שבו $AB = AC$ חסום במעגל שמרכזו O. AD הוא קוטר במעגל שחותך את הבסיס BC בנקודה E. F היא נקודה על השוק AC כך ש-FO מאונך ל-AC. א. הוכח: $\triangle AFO \sim \triangle AEC$. ב. נתון: $AE = 6.4$ ס"מ, $DE = 3.6$ ס"מ. חשב את AF.



- (26) AD הוא הגובה לצלע BC במשולש ABC החסום במעגל. נתון: $AC = 10$ ס"מ, $DC = 6$ ס"מ, $AB = 12$ ס"מ. חשב את קוטר המעגל. (הזריכה: העבר קוטר דרך הנקודה A).

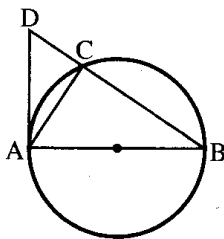


- (27)** המרובע ABCD הוא מקבילית. (הקודקודים A, B ו-C נמצאים על המעגל). G היא נקודה כלשהי על הקשת הגדולה AC. המשך הצלע AD נפגש עם המיתר CG בנקודה E. המשך הצלע DC נפגש עם המיתר AG בנקודה F.
- א. הוכח: $\triangle ADF \sim \triangle AGE$.
- ב. הוכח: $\triangle CDE \sim \triangle CGF$.

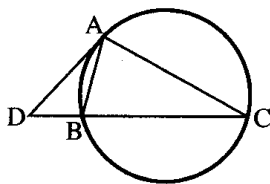


- (28)** ABCD הוא מרובע החסום במעגל שאלכסונו נחתכים בנקודה E. נתון: $AB \cdot BC = AD \cdot DC$.
- הוכח: $DE = BE$.
- (רמז: ראה תרגיל 17 בעמ' 183).

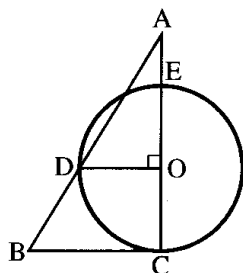
דמיון משולשים במעגל – משיק אחד



- (29)** ABC הוא משולש החסום במעגל כך שהצלע AB היא קוטר. הנקודה D נמצאת על המשך הצלע BC כך שהקטע AD משיק למעגל בנקודה A.
- א. הוכח: $\triangle ABC \sim \triangle DBA$.
- ב. $\triangle ABC \sim \triangle DAC$.

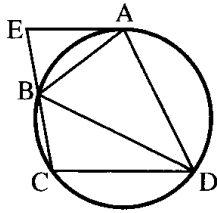


- (30)** המשולש ABC חסום במעגל. הנקודה D נמצאת על המשך הצלע BC כך שהקטע AD משיק למעגל בנקודה A.
- א. הוכח: $\triangle ABD \sim \triangle CAD$.
- ב. נתון: $AD = 4$ ס"מ, $DC = 8$ ס"מ. חשב את BC.



- (31)** הצלע AC של משולש ABC חותכת את המעגל בנקודות E ו-C ועוברת דרך המרכז O. הצלע BC משיקה למעגל בנקודה D. היא אחת מנקודות החיתוך של הצלע AB עם המעגל. (ראה ציור). נתון: $DO \perp AC$.
- א. הוכח: $\triangle ADO \sim \triangle ABC$.
- ב. נתון: $AE = 3$ ס"מ, $BC = 10$ ס"מ. חשב את רדיוס המעגל.

32) המרובע ABCD חסום במעגל. הנקודה E נמצאת על המשך הצלע BC כך שהקטע AE מקביל לצלע



CD ומשיק למעגל בנקודה A.

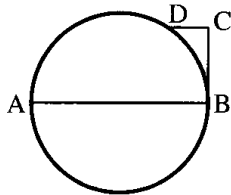
א. הוכח: $\triangle ABD \sim \triangle EBA$.

ב. הוכח: AB חוצה את זווית DBE.

ג. נתון: $EB = a$, $BD = b$.

הבע באמצעות a ו-b את AB.

33) AB הוא קוטר במעגל. CB משיק למעגל בנקודה B.



D היא נקודה על המעגל כך ש-CD מקביל ל-AB.

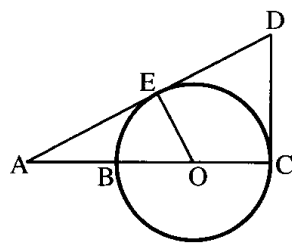
א. הוכח: $BD^2 = AB \cdot CD$.

ב. נתון: $AB = 20$ ס"מ, $CD = 5$ ס"מ.

חשב את שטח הטרפז ABCD.

דמיון משולשים במעגל – שני משיקים

34) מהנקודה A יוצאים חותך ABC למעגל שעובר דרך



המרכז O ומשיק AE המשיק למעגל בנקודה E.

הנקודה D נמצאת על המשך המשיק AE כך שהקטע

CD משיק למעגל בנקודה C.

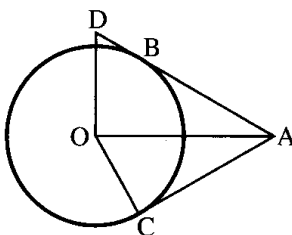
א. הוכח: $\triangle AOE \sim \triangle ADC$.

ב. נתון: $DC = 16$ ס"מ, $BC = 20$ ס"מ.

מצא את יחס הדמיון בין המשולש AOE למשולש ADC.

ג. מהו היחס בין שטח המשולש AOE לשטח המרובע E OCD?

35) AB ו-AC משיקים למעגל שמרכזו O בנקודות B ו-C.



הנקודה D נמצאת על המשך הקטע AB כך שהקטע DO

מאונך לקטע AO.

א. הוכח ששני המשולשים שבציור דומים.

ב. נתון: $AD = 10$ ס"מ, $DB = 2$ ס"מ. חשב את AO.

36) המשולש ABC הוא שווה שוקיים ($AB = AC$)

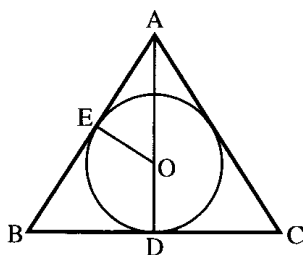
והוא חוסם מעגל שמרכזו O. E ו-D הן שתיים

מנקודות ההשקה.

א. הוכח: $\triangle AOE \sim \triangle ABD$.

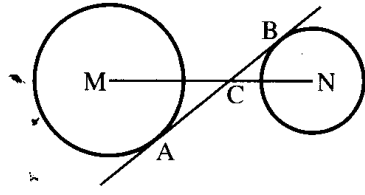
ב. נתון: $AB = 17$ ס"מ, $BC = 16$ ס"מ.

חשב את רדיוס המעגל.

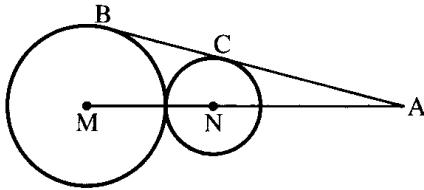


דמיון משולשים במעגל – שני מעגלים

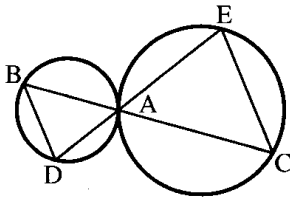
- (37) AB הוא משיק פנימי בנקודות A ו-B למעגלים שמרכזיהם M ו-N. קטע המרכזים MN חותך את AB בנקודה C ואורכו 24 ס"מ. רדיוס המעגל השמאלי הוא 7 ס"מ ורדיוס המעגל הימני הוא 5 ס"מ. חשב את אורכי הקטעים MC ו-NC.



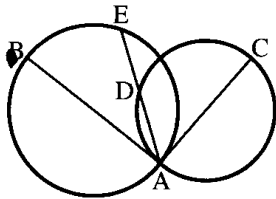
- (38) שני מעגלים שמרכזיהם M ו-N משיקים זה לזה מבחוץ. AB הוא משיק חיצוני המשיק לשני המעגלים בנקודות B ו-C. נתון: $MN = 8$ ס"מ, $AN = 12$ ס"מ. חשב את הרדיוסים של המעגלים.



- (39) שני מעגלים משיקים מבחוץ בנקודה A. דרך הנקודה A עוברים ישרים החותכים את המעגלים בנקודות B, C, D, E. הוכח: $\frac{AB}{AC} = \frac{AD}{AE}$.

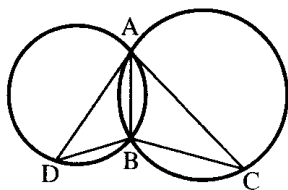


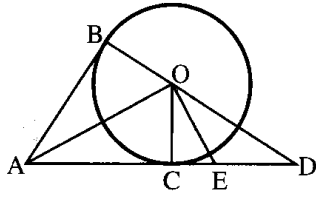
- (40) אחת מנקודות החיתוך של שני מעגלים היא הנקודה A. AB ו-AC הם קטרים המאונכים זה לזה. ישר העובר דרך A חותך מעגל אחד בנקודה D ומעגל שני בנקודה E. א. הוכח: $AD \cdot AE = BE \cdot DC$. ב. נתון: $DE = 8$ ס"מ, $BE = 15$ ס"מ. חשב את AD ואת AE. ג. חשב את הרדיוס של כל אחד מהמעגלים.



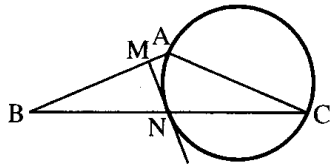
דמיון משולשים במעגל – משיק (בעיות שונות)

- (41) שני מעגלים נחתכים בנקודות A ו-B. AC הוא מיתר במעגל הימני שמשיק למעגל השמאלי בנקודה A. AD הוא מיתר במעגל השמאלי שמשיק למעגל הימני בנקודה A. א. הוכח: $\triangle ADB \sim \triangle CAB$. ב. נתון: $AB = 12$ ס"מ, $BC = 20$ ס"מ. חשב את BD.

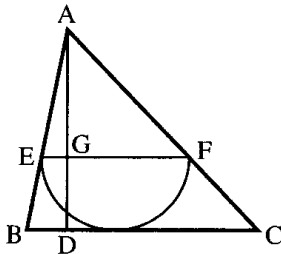




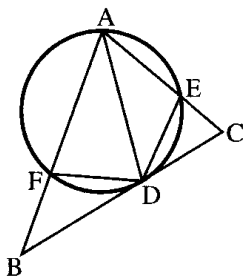
- (42)** AB ו-AC משיקים למעגל שמרכזו O בנקודות B ו-C. המשך הרדיוס BO חותך את המשך AC בנקודה D. E היא נקודה על AD כך ש-EO חוצה את זווית COD.
 הוכח: א. $\triangle ABO \sim \triangle AOE$.
 ב. $\triangle DEO \sim \triangle DOA$.



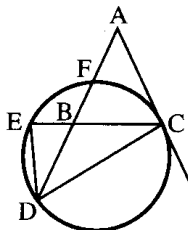
- (43)** המשולש ABC הוא שווה שוקיים ($AB = AC$). הצלע AC היא קוטר במעגל והצלע BC חותכת את המעגל בנקודה N. M היא נקודה על הצלע AB כך שהקטע MN משיק למעגל בנקודה N.
 הוכח: $MN \perp AB$.
 (הזרחה: העבר את המיתר AN).



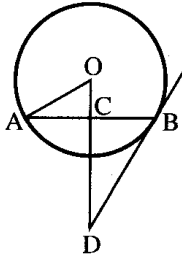
- (44)** במשולש ABC חסום חצי מעגל כך שהקוטר EF מקביל לצלע BC. AD הוא הגובה לצלע BC והוא חותך את הקוטר EF בנקודה G.
 א. הוכח: $\frac{AG}{AD} = \frac{EF}{BC}$.
 ב. נתון: $AD = 10$ ס"מ, $BC = 12$ ס"מ. חשב את קוטר חצי המעגל.



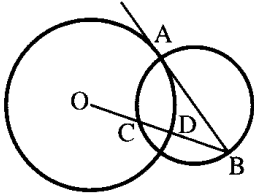
- (45)** AD הוא חוצה הזווית BAC במשולש ABC. דרך הנקודה A עובר מעגל שחותך את המשולש בנקודות E ו-F כך שהצלע BC משיקה למעגל בנקודה D.
 א. הוכח: $\triangle AFD \sim \triangle DEC$.
 ב. $DE^2 = AF \cdot CE$.
 ג. $\angle ADB = \angle C + \angle EDC$.



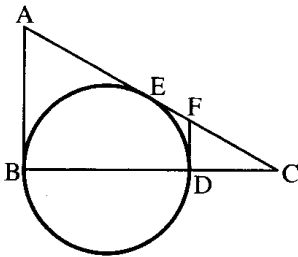
- (46)** המשולש ABC הוא שווה שוקיים ($AB = AC$). השוק AC משיקה למעגל בנקודה C. השוק AB חותכת את המעגל בנקודה F והמשכה חותך אותו בנקודה D. המשך הבסיס BC חותך את המעגל בנקודה E.
 א. $\triangle DBE \sim \triangle CDE$.
 ב. $DE^2 = CE \cdot BE$.
 ג. $\widehat{DE} = \widehat{EF}$.



- 47) AB הוא מיתר במעגל שמרכזו O. הנקודה C היא אמצע המיתר AB. הנקודה D נמצאת על המשך OC כך שהקטע DB משיק למעגל בנקודה B.
 א. הוכח: שני המשולשים שבציור דומים.
 ב. נתון: $AB = 24$ ס"מ, $OD = 25$ ס"מ.
 חשב את רדיוס המעגל.



- 48) AB הוא קוטר במעגל הימני והוא משיק למעגל השמאלי שמרכזו O בנקודה A. הקטע OB חותך את המעגל הימני בנקודה C ואת המעגל השמאלי בנקודה D.
 נתון: $BC = 4$ ס"מ. רדיוס המעגל הימני 2.5 ס"מ.
 א. הוכח: $\triangle AOB \sim \triangle CAB$.
 ב. חשב את רדיוס המעגל השמאלי.
 ג. חשב את CD.



- 49) הצלעות AB ו-AC של משולש ABC משיקות למעגל בנקודות B ו-E בהתאמה. הצלע BC עוברת דרך מרכז המעגל וחותרת אותו בנקודה נוספת D. F היא נקודה על AC כך שהקטע FD משיק למעגל בנקודה D. נתון: $AC = 20$ ס"מ, $FC = 5$ ס"מ.
 א. חשב את AB ו-FD. (רמז: שני משיקים למעגל היוצאים מאותה נקודה שווים זה לזה).
 ב. חשב את רדיוס המעגל.

תשובות (דמיון משולשים במרובעים ובמעגל):

- 1) ב. 6.43 ס"מ. 2) ג. 4.8 ס"מ. 3) א. 3.6 ס"מ. ב. 9.72 סמ"ר. 5) ב. $13\frac{1}{3}$ ס"מ, $8\frac{1}{3}$ סמ"ר. 6) ב. 3 : 4. 7) ב. 4.5 ס"מ. 8) ב. 2.5 ס"מ. 9) א. 17.5 ס"מ. ב. 98 סמ"ר. 10) ב. $\frac{4}{5}S, \frac{1}{5}S$. 11) 48 סמ"ר. 12) 3 : 4. 13) ב. 4 ס"מ או 4.5 ס"מ. 14) 7.25 ס"מ. 15) ג. 12 ס"מ. 17) ב. 15 ס"מ = CE. 18) ב. קוטר. 19) ב. 7 ס"מ. 21) 5 ס"מ, 4.5 ס"מ. 22) ב. 6.4 ס"מ. ג. $\alpha + \beta - 180^\circ$. 24) ב. 9 ס"מ. 25) ב. 4 ס"מ. 26) 15 ס"מ. 30) ב. 6 ס"מ. 31) ב. 6 ס"מ. 33) 108.25 סמ"ר. 34) ב. 5 : 8. ג. 25 : 39. 35) ב. 8.94 ס"מ. 36) ב. 4.8 ס"מ. 37) 14 ס"מ, 10 ס"מ. 38) 3 ס"מ, 5 ס"מ. 40) ב. 12 ס"מ, 20 ס"מ. ג. 10 ס"מ, 12.5 ס"מ. 41) ב. 7.2 ס"מ. 44) ב. 7.5 ס"מ. 47) ב. 15 ס"מ או 20 ס"מ. 48) ב. 3.75 ס"מ. ג. 1.5 ס"מ. 49) א. 12 ס"מ, 3 ס"מ. ב. 6 ס"מ.