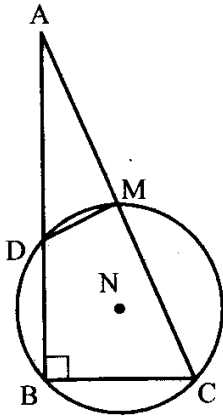


עבודת קיץ לכיתות י' 5 יח"ל

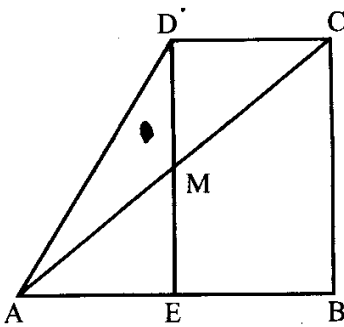
גיאומטריה

1.



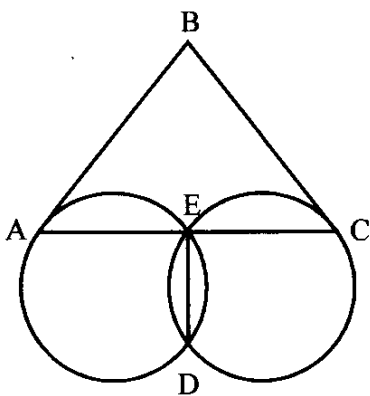
משולש ABC הוא ישר זווית ($\angle B = 90^\circ$).
 נקודה M היא אמצע הצלע AC,
 ונקודה D נמצאת על הצלע AB.
 הנקודות B, C, M ו-D נמצאות
 על מעגל שמרכזו N (ראה ציור).
 א. הוכח: אורך הקטע AD שווה לקוטר המעגל.
 ב. הוכח: $MN \parallel AD$.

2.



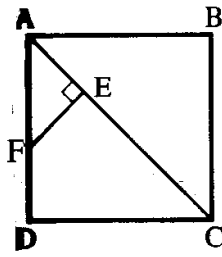
ABCD הוא טרפז ישר זווית ($\angle B = 90^\circ$).
 האלכסון AC חותך את גובה הטרפז DE
 בנקודה M (ראה ציור).
 נתון: $DM = ME$.
 א. הוכח כי $AE = EB$.
 ב. האנך מ-B לאלכסון AC חותך את האלכסון
 בנקודה G. הוכח כי $GE = EB$.

3.



שני מעגלים בעלי אותו רדיוס נחתכים
 בנקודות D ו-E. הקטע AC עובר דרך
 הנקודה E ומאונך לקטע ED. הישרים
 המשיקים למעגלים בנקודות A ו-C
 נפגשים בנקודה B (ראה ציור).
 א. הוכח: $AE = EC$.
 ב. הוכח: $AB = BC$.

4.



F

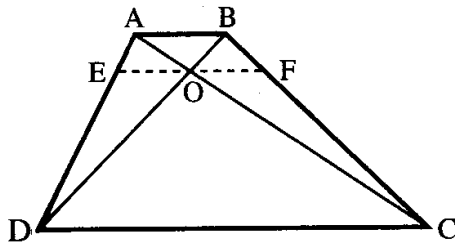
בריבוע ABCD שצלעו a הנקודה E נמצאת על האלכסון AC כך שמתקיים $CE = CD$. הנקודה F נמצאת על הצלע AD כך ש-EF ניצב ל-AC.

הוכח: א. $DF = a(\sqrt{2} - 1)$.

ב. $AF = a(2 - \sqrt{2})$.

ג. $\frac{DF}{AF} = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

5.



בטרפז ABCD ($AB \parallel CD$) האלכסונים נחתכים בנקודה O. נתון: $DC = 4 \cdot AB$. דרך הנקודה O מעבירים מקביל לבסיסים שחותך את השוקיים בנקודות E ו-F. נסמן: $S_{\Delta AOB} = S$. הבע באמצעות S את שטח הטרפז EFCD.

בעיות מילוליות

1.

שני אופנועים התחרו לאורך מסלול ישר בן 300 מטר. שניהם זינקו מקצה אחד של המסלול ונסעו למטרה שבקצהו השני. השני זינק שנייה אחת אחרי הראשון והדביקו במרחק 60 מטר ממקום הזינוק. הוא הגיע למטרה, נסע מיד חזרה, ופגש שוב בראשון כשהלה עודנו בדרכו למטרה. פגישה זו אירעה עשר שניות לאחר שזינק האופנוע הראשון. באיזה מרחק מהמטרה אירעה פגישתם השנייה?

תשובה: 60 מטר.

2.

המרחק מעיר A לעיר B הוא 120 ק"מ. רוכב אופניים יצא מעיר A לעיר B במהירות 20 קמ"ש. שעתיים וחצי אחריו יצאה מכונית מעיר A לעיר B. היא השיגה את הרוכב האופניים, המשיכה לעיר B וחזרה מיד לעיר A. כאשר הגיעה המכונית חזרה לעיר A, היה מרחק הרוכב מעיר B בדיוק מחצית המרחק שהיה כאשר השיגה אותו המכונית. מצא את מהירות המכונית.

תשובה: 120 קמ"ש.

3.

המרחק מטבריה לנתניה הוא 100 ק"מ. בשעה 7:00 יצאה משאית מטבריה לנתניה, ובאותה שעה יצא רוכב אופניים לאורך אותה דרך מנתניה לטבריה. בשעה 8:40 הם נפגשו והמשיכו כל אחד בדרכו. המשאית הגיעה לנתניה, התעכבה שם 55 דקות וחזרה באותה דרך. בשעה 11:00 השיגה המשאית את רוכב האופניים, שהיה עדיין בדרכו לטבריה. מהירויות המשאית ורוכב האופניים לא השתנו בזמן הנסיעה. מצא את מהירות המשאית ואת מהירות רוכב האופניים.

תשובה: 48 קמ"ש, 12 קמ"ש.

4.

נתונים שני כלים, וקיבולו של כל אחד מהם 30 ליטר. בכלי הראשון יש x ליטר כוהל טהור ובכלי השני יש $(30-x)$ ליטר כוהל טהור. לכוהל בכלי הראשון הוסיפו מים עד כדי מילוי הכלי כולו. את התערובת שהתקבלה בכלי הראשון הוסיפו לכוהל הטהור שבכלי השני, עד כדי מילוי הכלי כולו. אחר כך שפכו לכלי הראשון 12 ליטר מהתערובת שהתקבלה בכלי השני, ואז התברר שכמות הכוהל הטהור בכלי השני קטנה בשני ליטרים מכמות הכוהל הטהור שבכלי הראשון. מצא את x .

תשובה: 10 ליטרים או 20 ליטר.

5.

נפחו של כלי א' הוא 100 ליטר ונפחו של כלי ב' הוא 80 ליטר. שני הכלים מכילים יחדיו 60 ליטר כוהל טהור. לכוהל שבכלי הראשון הוסיפו מים עד כדי מילוי הכלי כולו. את התערובת שהתקבלה בכלי הראשון הוסיפו לכוהל הטהור שבכלי השני, עד כדי מילוי הכלי כולו. אחר כך שפכו לכלי הראשון 20 ליטר מהתערובת שהתקבלה בכלי השני, ואז התברר שריכוז הכוהל הטהור בכלי הראשון הוא 45%. כמה ליטר כוהל טהור היו בכלי הראשון בתחילה?

תשובה: 40 ליטר.

נפחו של כלי אי' הוא 20 ליטר ונפחו של כלי ב' הוא 16 ליטר. שני הכלים מכילים יחדיו 18 ליטר כוהל טהור. לכוהל שבכלי הראשון הוסיפו מים עד כדי מילוי הכלי כולו. את התערובת שהתקבלה בכלי הראשון הוסיפו לכוהל הטהור שבכלי השני, עד כדי מילוי הכלי כולו. אחר כך שפכו לכלי הראשון 8 ליטרים מהתערובת שהתקבלה בכלי השני, ואז התברר שכמות הכוהל הטהור בכלי השני קטנה ב-5.6 ליטרים מכמות הכוהל הטהור שבכלי הראשון. כמה ליטר כוהל טהור היו בכלי הראשון בתחילה?

תשובה: 14 ליטר או 8 ליטרים.

אי שוויונים

$$\frac{30}{x^2-3x-4} + \frac{x+2}{4-x} \leq \frac{16}{x+1} \quad .123$$

$$\frac{5}{x+3} + \frac{8}{x+6} > \frac{80}{x^2+9x+18} \quad .122$$

$$\frac{3x+10}{x^2+4x+4} + \frac{1}{x+2} > 0 \quad .125$$

$$\frac{1}{2x+4} + \frac{2}{3x-12} > \frac{5}{2x^2-4x-16} \quad .124$$

$$\frac{4}{(x-5)^2} + \frac{x}{3x-15} > 6 \quad .126$$

$$\frac{1}{5} < \frac{3x^2+x-2}{x^2+5x+4} \leq \frac{1}{2} \quad .136$$

$$-14 \leq \frac{x^2+3x+10}{x^2-2x} < 1 \quad .135$$

$$4 < \frac{6x^2+2}{x^2-4x+5} < 28 \quad .138$$

$$5 \leq \frac{2x^2-5x+2}{x^2+8x+16} \leq 35 \quad .137$$

תשובות:

$$.122 \quad x > 2 \quad \text{או} \quad -6 < x < -3 \quad .123 \quad x \leq -23 \quad \text{או} \quad x > -1, \quad x \neq 4 \quad .124 \quad x > 4 \quad \text{או}$$

$$.125 \quad -2 < x < 2\frac{5}{7} \quad , \quad x > -3, \quad x \neq -2 \quad .126 \quad 4\frac{5}{17} < x < 6, \quad x \neq 5$$

$$.135 \quad \frac{2}{3} < x < 1 \quad \text{או} \quad x < -2 \quad .136 \quad 1 < x \leq 1.6 \quad .137 \quad -3 \leq x \leq -2 \quad \text{או} \quad -13 \leq x \leq -5\frac{7}{11}$$

$$.138 \quad x > 3 \quad \text{או} \quad 1 < x < 2\frac{1}{11} \quad \text{או} \quad x < -9$$

משוואות

$$x^2 - x = \sqrt{x^2 - x + 2} \quad .68$$

$$x^2 - 6x = 12 + \sqrt{x^2 - 6x} \quad .67$$

$$\sqrt{x^2 - 7x - 2} = x^2 - 7x - 14 \quad .70$$

$$\sqrt{2x^2 - x} = \frac{2x^2 - x + 3}{4} \quad .69$$

$$\frac{1}{\sqrt{x-4}} + \frac{3}{\sqrt{x+4}} = \frac{6}{\sqrt{x^2-16}} \quad .72$$

$$\frac{3}{\sqrt{2x-3}} + \frac{12}{\sqrt{8x-12}} = 3 \quad .71$$

תשובות:

$$.2 \quad .74 \quad .4 \quad .73 \quad .5 \quad .72 \quad .6 \quad .71 \quad .-2, 9 \quad .70 \quad .-1.886, 2.386, -0.5, 1 \quad .69 \quad .2, -1 \quad .68$$

$$\left(x - \frac{2}{x-3}\right)^2 - 6\left(x - \frac{2}{x-3}\right) + 8 = 0 \quad .57$$

$$\left(\frac{x^2-12}{x}\right)^2 + 4 = 5\left(\frac{x^2-12}{x}\right) \quad .56$$

$$(x^2 + x)(x^2 + x - 8) + 12 = 0 \quad .59$$

$$\frac{4(x+1)^4}{x^2} - \frac{17(x+1)^2}{x} + 4 = 0 \quad .58$$

$$(x^2 - 3x + 3)(x^2 - 3x - 5) = -7 \quad .61$$

$$(x^2 + 2x)(x^2 + 2x - 7) = 8 \quad .60$$

תשובות:

$$.5, 4, 2, 1 \quad .57 \quad .6, 4, -2, -3 \quad .56$$

$$.4, 2, 1, -1 \quad .61 \quad .2, -1, -4 \quad .60 \quad .2, 1, -2, -3 \quad .59 \quad .1 \quad .58$$

חקירת פונקציות

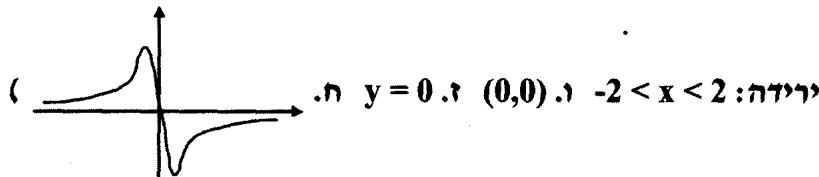
בתרגילים 1-9 חקור את הפונקציות לפי הסעיפים הבאים, מצא:

- א. פרמטרים.
- ב. תחום הגדרה.
- ג. נקודות קיצון (מינימום ומקסימום).
- ד. נקודות אי רציפות (סליקות).
- ה. עלייה וירידה.
- ו. חיתוך עם צירים.
- ז. אסימפטוטות מקבילות לצירים.
- ח. סקיצה.

***ט. נתון הישר $y = k$. עבור אילו ערכי k לישר ולפונקציה אין נקודות משותפות?
(ענה רק בשאלות המסומנות).

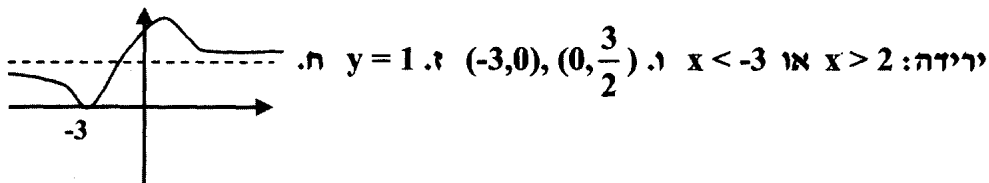
1. לפונקציה: $y = \frac{ax}{bx^2 + 4}$ נקודת מינימום בנקודה $(-2, -2)$.

(א. $a = -8, b = 1$. ב. כל x . ג. $\max(-2, 2), \min(2, -2)$. ד. אין. ה. עלייה: $x > 2$ או $x < -2$,



2. הפונקציה: $y = \frac{(x+a)^2}{x^2 + 6}$ חותכת את ציר ה- x בנקודה ששעור ה- x שלה הוא -3 .

(א. $a = 3$. ב. כל x . ג. $\max(2, 2.5), \min(-3, 0)$. ד. אין. ה. עלייה: $-3 < x < 2$,

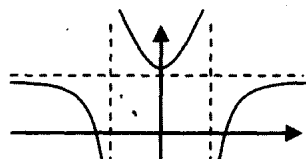


3. לפונקציה: $y = 2 + \frac{2-x^2}{1-ax^2}$ אסימפטוטות מקבילות לציר ה- y , $x = \pm 1$.

(א. $a = 1$. ב. $x \neq \pm 1$. ג. $\min(0, 4)$. ד. אין. ה. עלייה: $0 < x < 1$ או $x > 1$,

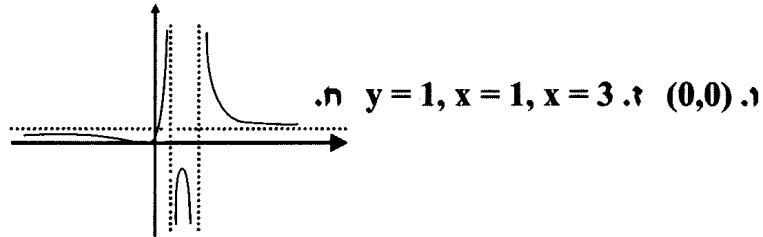
ירידה: $x < -1$ או $-1 < x < 0$. ו. $(\frac{2}{\sqrt{3}}, 0), (-\frac{2}{\sqrt{3}}, 0), (0, 4)$.

ז. $y = 3, x = \pm 1$. ח. $3 \leq k < 4$. ט.



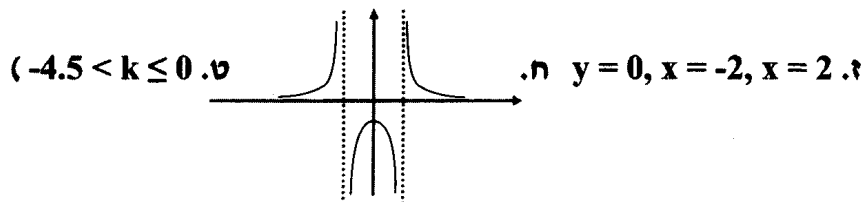
4. לפונקציה: $y = \frac{ax^2}{x^2 - 4x + b}$ אסימפטוטה אופקית: $y = 1$ ושיפוע הפונקציה בנקודה $x = 2$ הוא -4.

א. $a = 1, b = 3$. ב. $x \neq 1, x \neq 3$. ג. $\max(1.5, -3), \min(0, 0)$.
 ד. אין עלייה: $0 < x < 1.5$, ירידה: $x > 1.5, x \neq 3$ או $x < 0$.



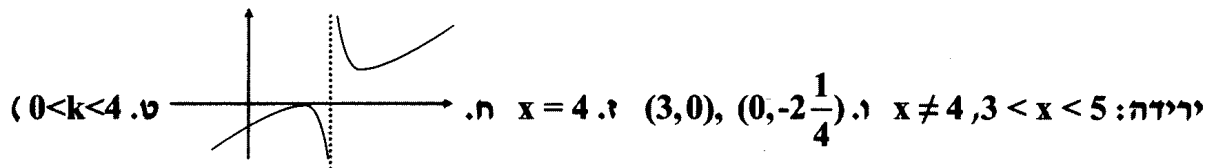
5. הפונקציה: $y = \frac{18}{x^2 + b}$ חותכת את ציר ה-y בנקודה ששיעור ה-y שלה הוא -4.5.

א. $b = -4$. ב. $x \neq \pm 2$. ג. $\max(0, -4.5)$. ד. אין עלייה: $x < 0, x \neq -2$, ירידה: $x > 0, x \neq 2$. ג. $(0, -4.5)$.



6. לפונקציה: $y = \frac{(x-3)^2}{ax+b}$ נקודת קיצון בנקודה $(5, 4)$.

א. $a = 1, b = -4$. ב. $x \neq 4$. ג. $\max(3, 0), \min(5, 4)$. ד. אין עלייה: $x < 3$ או $x > 5$.



7. לפונקציה: $y = \frac{x^2 - 2x}{ax^2 - 6x + 8}$ אסימפטוטה אופקית: $y = 1$.

א. $a = 1$. ב. $x \neq 2, x \neq 4$. ג. אין עלייה: $x = 2$. ד. ירידה: $x \neq 2, x \neq 4$.

